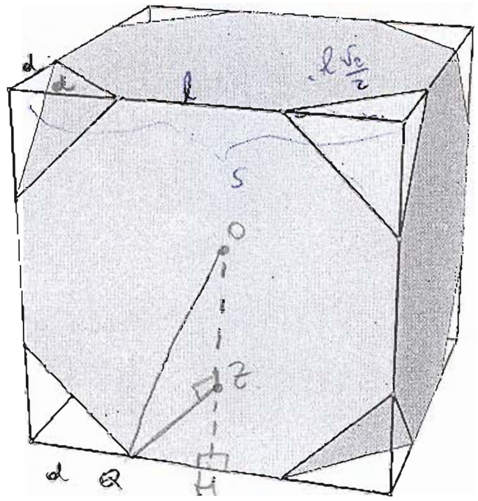
DOMANDA 39

Sia dato un cubo avente gli spigoli di lunghezza s. Tronchiamo tutti i vertici di un cubo, per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza d dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro P avente come facce triangoli equilateri e ottagoni. Se $d = (1 - \sqrt{2})s$ gli ottagoni sono regolari. In questo caso il poliedro P è un poliedro archimedeo, chiamato *cubo tronco*.



$$s = \cancel{2}\cdot\frac{l\sqrt{2}}{\cancel{2}} + l$$
$$s = (\sqrt{2}+1)\, l$$

Quale è il raggio r della sfera circoscritta al cubo tronco?

O: centro del cubo
Z: centro del cubotronco
OQ: r della sfera circoscritta al cubo tronco

$$OZ = \frac{s}{2} \qquad s = (\sqrt{2}+1)\, l \rightarrow l = \frac{s}{\sqrt{2}+1} = s(\sqrt{2}-1)$$

$$\overline{QZ} = \sqrt{\overline{HZ}^2 + \overline{QH}^2} = \sqrt{\overline{OZ}^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{s^2}{4} + \frac{s(\sqrt{2}-1)^2}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{s^2 + (\sqrt{2}-1)^2 s^2}}{2} = \frac{s}{2}\cdot\sqrt{1+(\sqrt{2}-1)^2} =$$

$$= \frac{s}{2}\sqrt{1+2+1-2\sqrt{2}} = \frac{s}{2}\sqrt{2(2-\sqrt{2})}$$

$$\overline{OQ} = \sqrt{\overline{QZ}^2 + \overline{OZ}^2} = \sqrt{\frac{s^2}{2}(2-\sqrt{2}) + \frac{s^2}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2(2-\sqrt{2})s^2 + s^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{4s^2 - 2\sqrt{2}s^2 + s^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{5s^2 - 2\sqrt{2}s^2} =$$

$$= \frac{1}{2}s\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$$