

Piano Lauree Scientifiche - Progetto Archimede

Rette e piani perpendicolari

Definizione di retta e piano perpendicolari (Definizione 3, Libro XI degli *Elementi* di Euclide)

Una retta r e un piano a che si intersecano in un punto P si dicono *perpendicolari* se la retta r è perpendicolare a tutte le rette s del piano a passanti per il punto P .

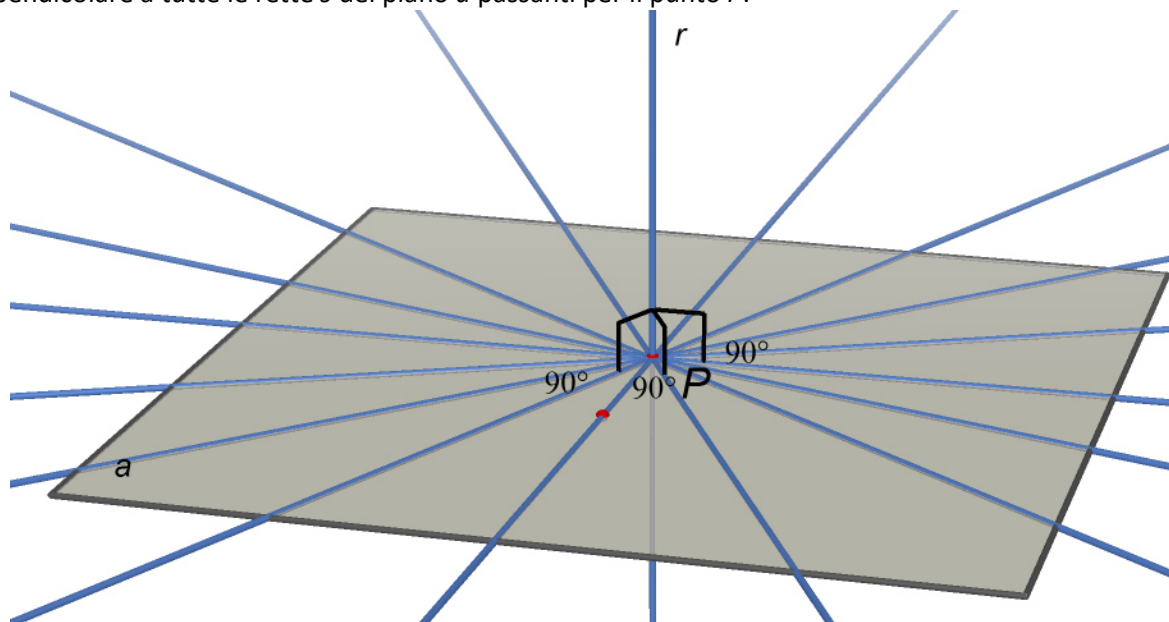


Figura 1 (file: 001a_def_retta_piano_perp.cg3; file: 001b_def_retta_piano_perp.cg3)

Teorema 1 (Proposizione 4 del libro XI degli *Elementi* di Euclide)

Siano dati una retta r e un piano a che si intersecano in un punto P . Se la retta r è perpendicolare a due rette s_1 e s_2 del piano a passanti per P , allora la retta r è perpendicolare al piano a .

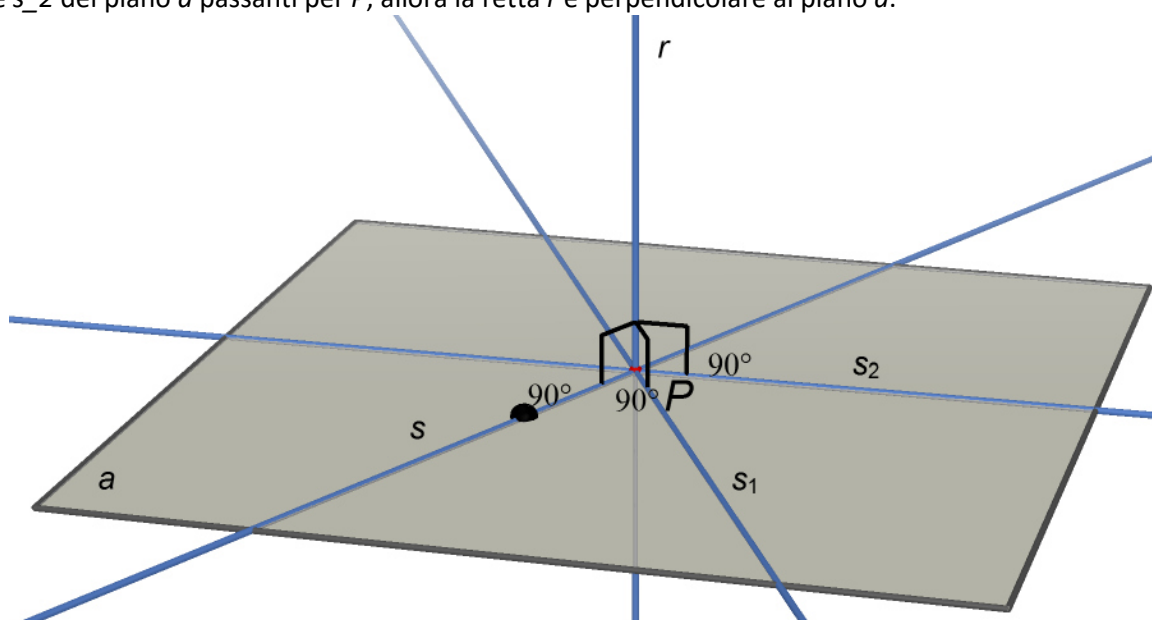


Figura 2 (file: 001c_teor_retta_e_piano_perp.cg3)

Viceversa:

Teorema 2 (Proposizione 4 del libro XI degli *Elementi* di Euclide)

Siano dati una retta r e un piano a che si intersecano in un punto P .

Se la retta r e il piano a sono perpendicolari tra loro, allora ogni retta t passante per P che sia perpendicolare a r è contenuta nel piano a .

Teorema 3 (Proposizioni 11, 12,13 del libro XI degli Elementi di Euclide)

Dati un piano a e un punto P , esiste una ed una sola retta passante per P e perpendicolare al piano a .

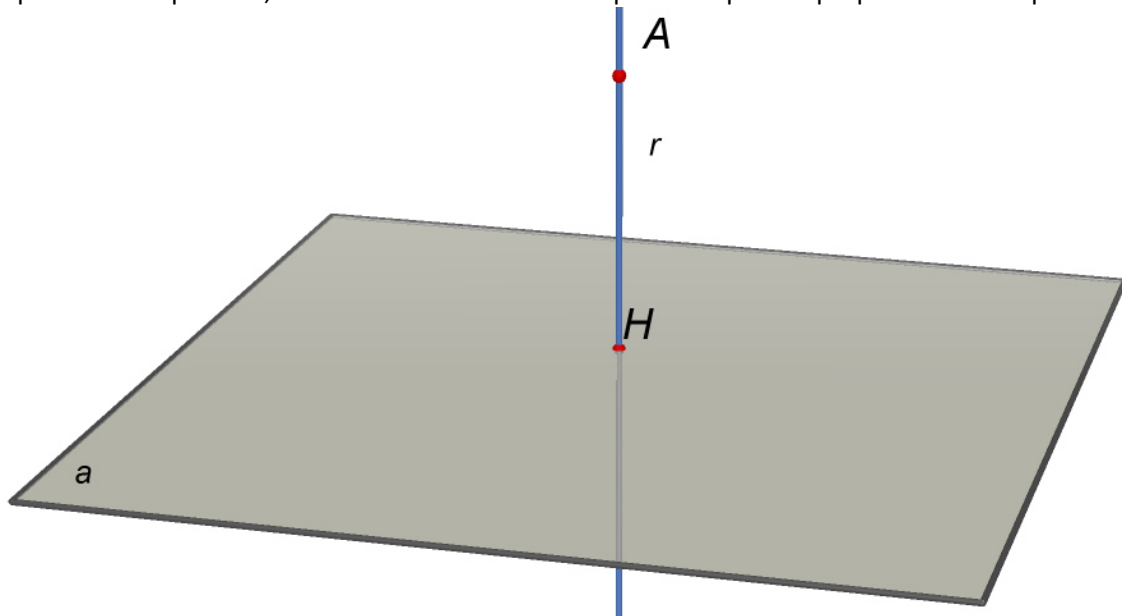


Figura 3 (file: 001d_dati_piano_e_punto_esiste_retta_perp.cg3)

Nota

Il teorema è valido quando:

- il punto P appartiene al piano a (Euclide dimostra l'esistenza nella proposizione XI, 12 e l'unicità nella Proposizione XI,13)
- il punto P non appartiene al piano a (Euclide dimostra l'esistenza nella proposizione XI, 11 ma non ne dimostra esplicitamente l'unicità).

Viceversa

Teorema 4

Dati una retta r e un punto P , esiste uno ed un solo piano passante per P e perpendicolare alla retta r .

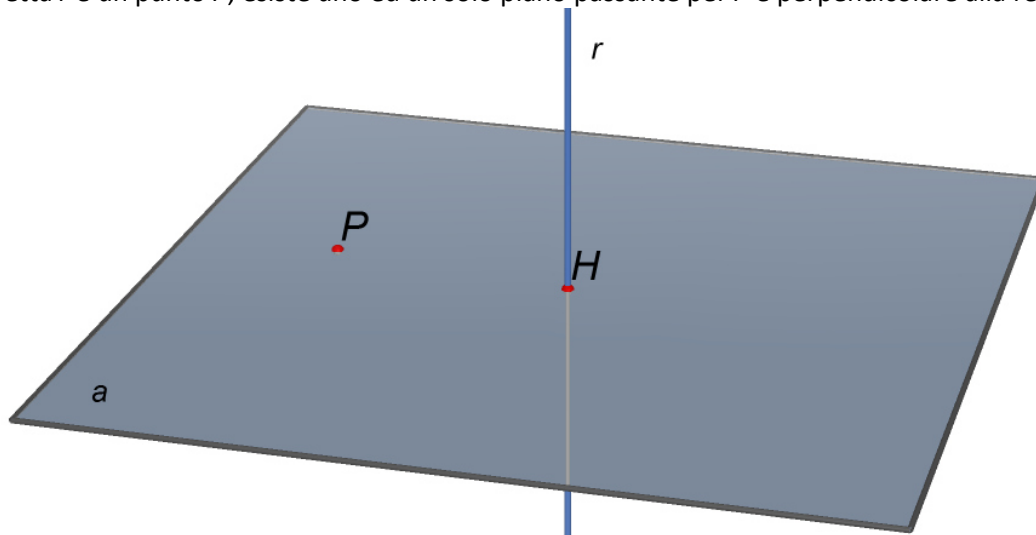


Figura 4 (file: 001e: dati_retta_e_punto_esiste_piano_perp.cg3)

Nota

Il teorema è valido quando:

- il punto P appartiene alla retta r
- il punto P non appartiene al piano a

(Euclide non enuncia questo teorema).