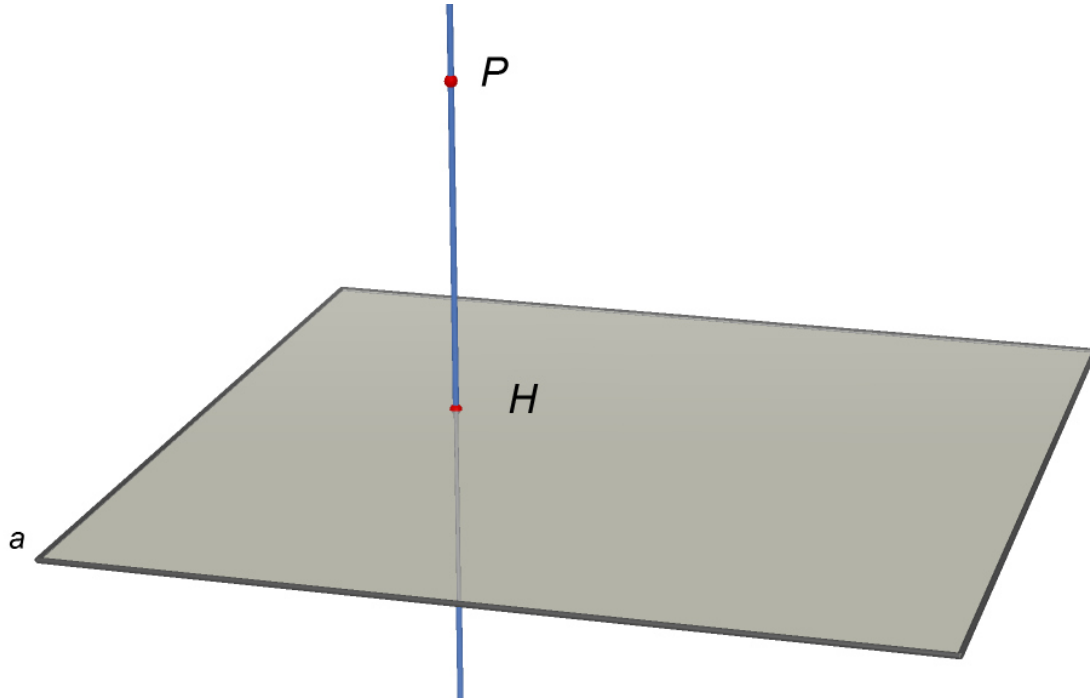


Piano Lauree Scientifiche - Progetto Archimede Costruzioni con riga e compasso nello spazio

Retta perpendicolare ad un piano e passante per un punto non appartenente al piano

Disegnare un piano α e un punto A non appartenente al piano α .
Costruire la retta passante per A e perpendicolare al piano α .



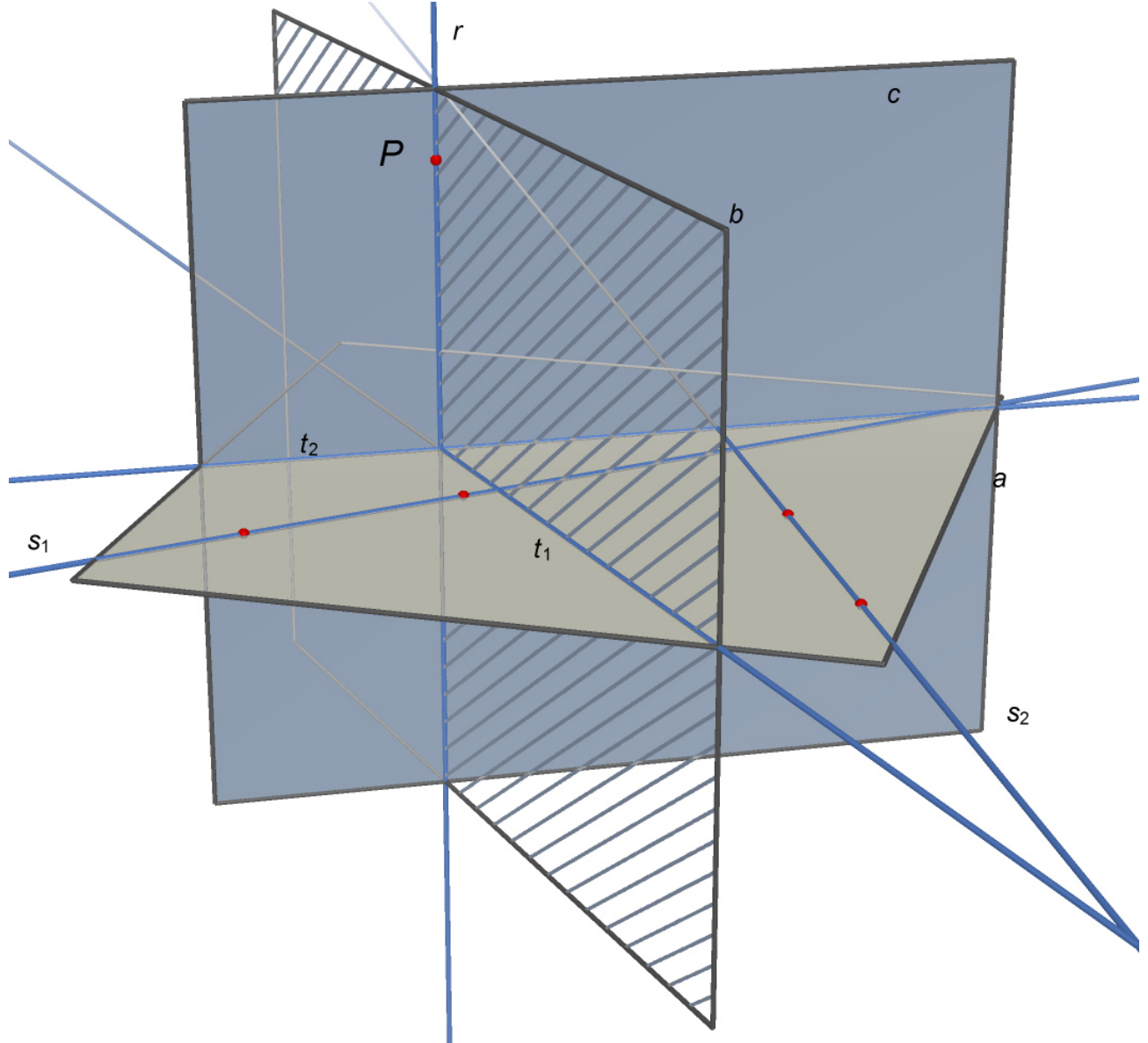
Si tratta della proposizione XI, 11, cioè la proposizione 11 del XI libro degli Elementi di Euclide.

In Cabri 3D c'è lo strumento che fa ciò. Cliccare sull'icona *Costruzione* (quinta icona da sinistra) e selezionare *Perpendicolare*.

Svolgimento.

Non seguiamo la costruzione di Euclide dal momento che usiamo il piano perpendicolare ad una retta e passante per un punto della retta.

- 1) Retta s_1 contenuta nel piano a
- 2) Piano b passante per P perpendicolare alla retta s_1
- 3) Retta s_2 contenuta nel piano a
- 4) Piano c passante per P e perpendicolare a s_2 .
- 5) Retta r intersezione dei piani b e c .



La retta r contiene ovviamente P . Per dimostrare che essa è la retta cercata dobbiamo dimostrare che questa retta è perpendicolare al piano a .

Se dimostriamo che la retta r è perpendicolare alla retta t_1 (intersezione di a e b) e alla retta t_2 (intersezione di a e c) abbiamo ovviamente dimostrato quel che vogliamo.

Ma dimostrare ciò non è semplice. Occorre il teorema delle tre perpendicolari:

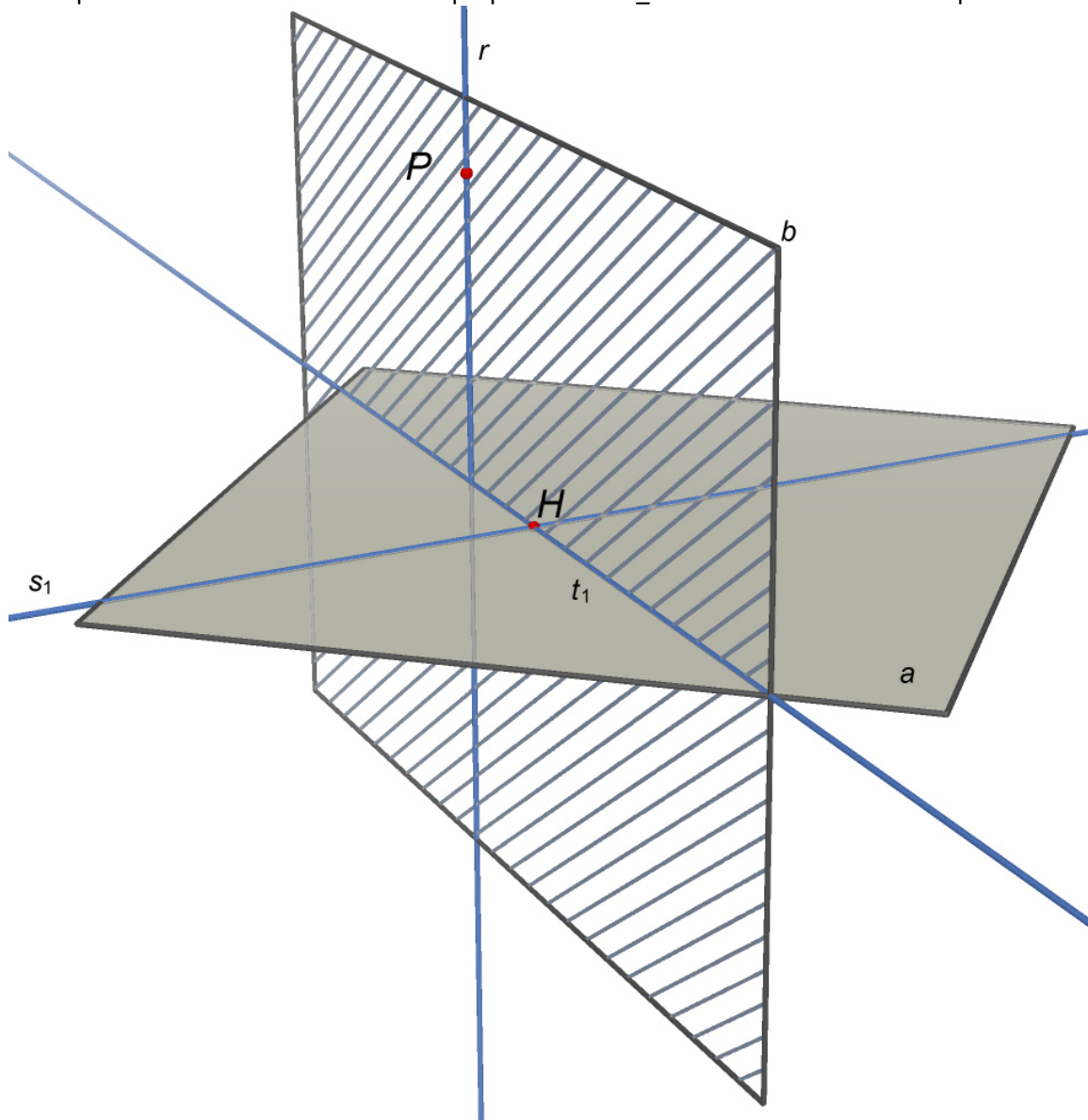
Teorema delle tre perpendicolari

Se dal piede di una retta s_1 perpendicolare ad un piano b , si conduce la perpendicolare t_1 ad una retta r del piano b , allora la retta r è perpendicolare al piano a determinato dalle rette t_1 e s_1 .

Ma proprio il teorema delle tre perpendicolari ci suggerisce un modo più semplice per costruire la retta r .

- 6) Retta t_1 intersezione dei piani a e b
- 7) Punto H di intersezione della retta s_1 con la retta t_1 . Il punto H è il piede della perpendicolare s_1 al piano b .
- 8) Retta r , contenuta nel piano b , passante per P e perpendicolare a t_1 .

In altre parole abbiamo condotto da H la perpendicolare t_1 alla retta r contenuta nel piano b .



Per il teorema delle tre perpendicolari la retta t è perpendicolare al piano determinato dalle rette s_1 e t_1 . Questo piano è proprio il piano a . Abbiamo quindi dimostrato che la retta r è la retta cercata.