Piano Lauree Scientifiche - Progetto Archimede
Costruzioni con riga e compasso nello spazio

Teorema delle tre perpendicolari

Sia *H* il piede della retta *s* perpendicolare ad un piano *b.* Sia *t* una retta del piano b passante per H e che sia perpendicolare ad una retta r del piano b. Allora la retta *r* è perpendicolare al piano *a* determinato dalle rette *t* e *s*.

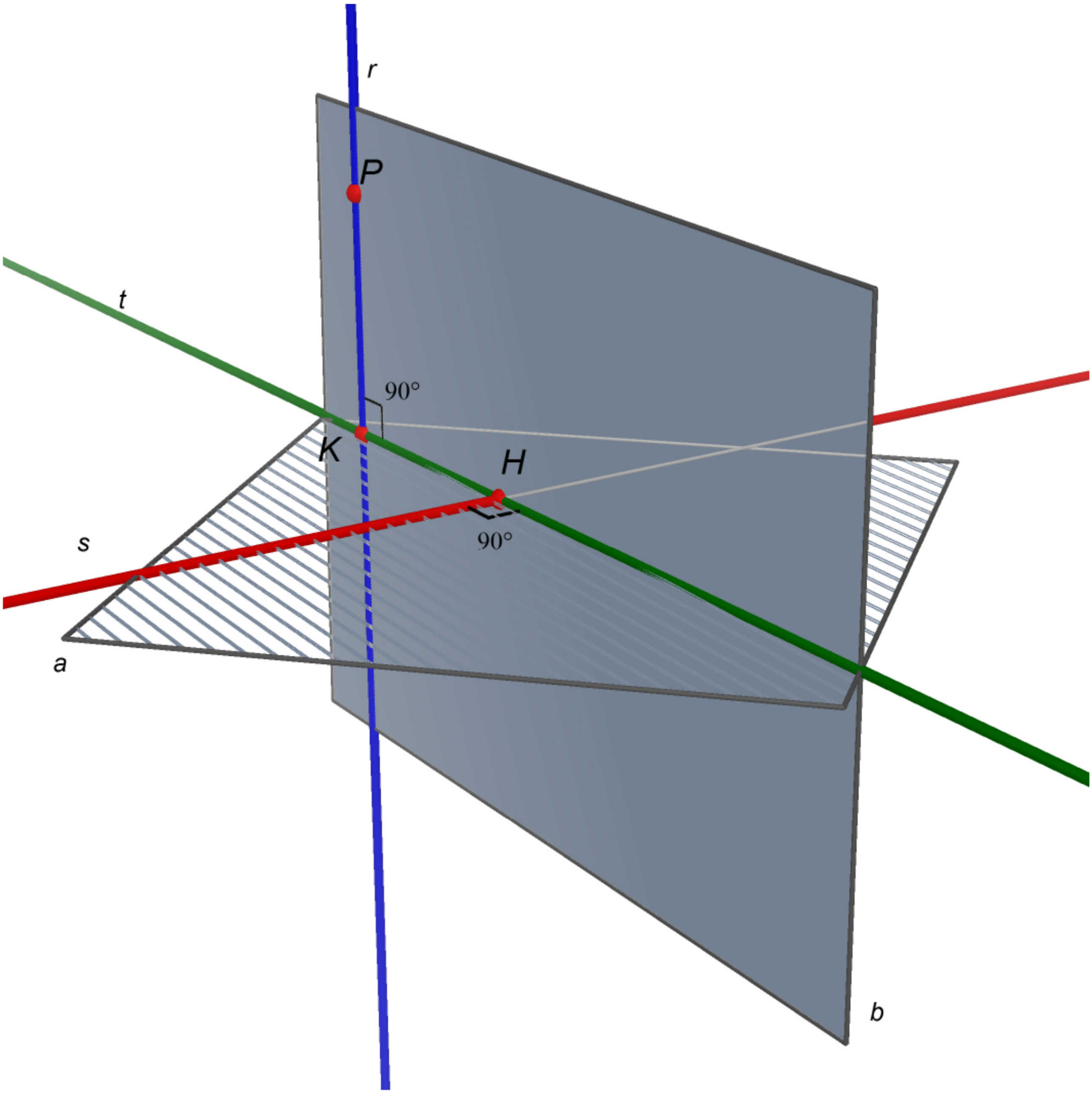

Figura 1 (file: *05_teorema_delle_tre_perpendicolari_01.cg3*)

Dimostrazione

Si considerino due punti *P* e *P'* sulla retta r tali che il punto *K* (intersezione delle rette *r* e *t*) sia il loro punto medio.

La retta t è quindi asse del segmento PP'. E quindi i segmenti PH e PH' sono uguali.

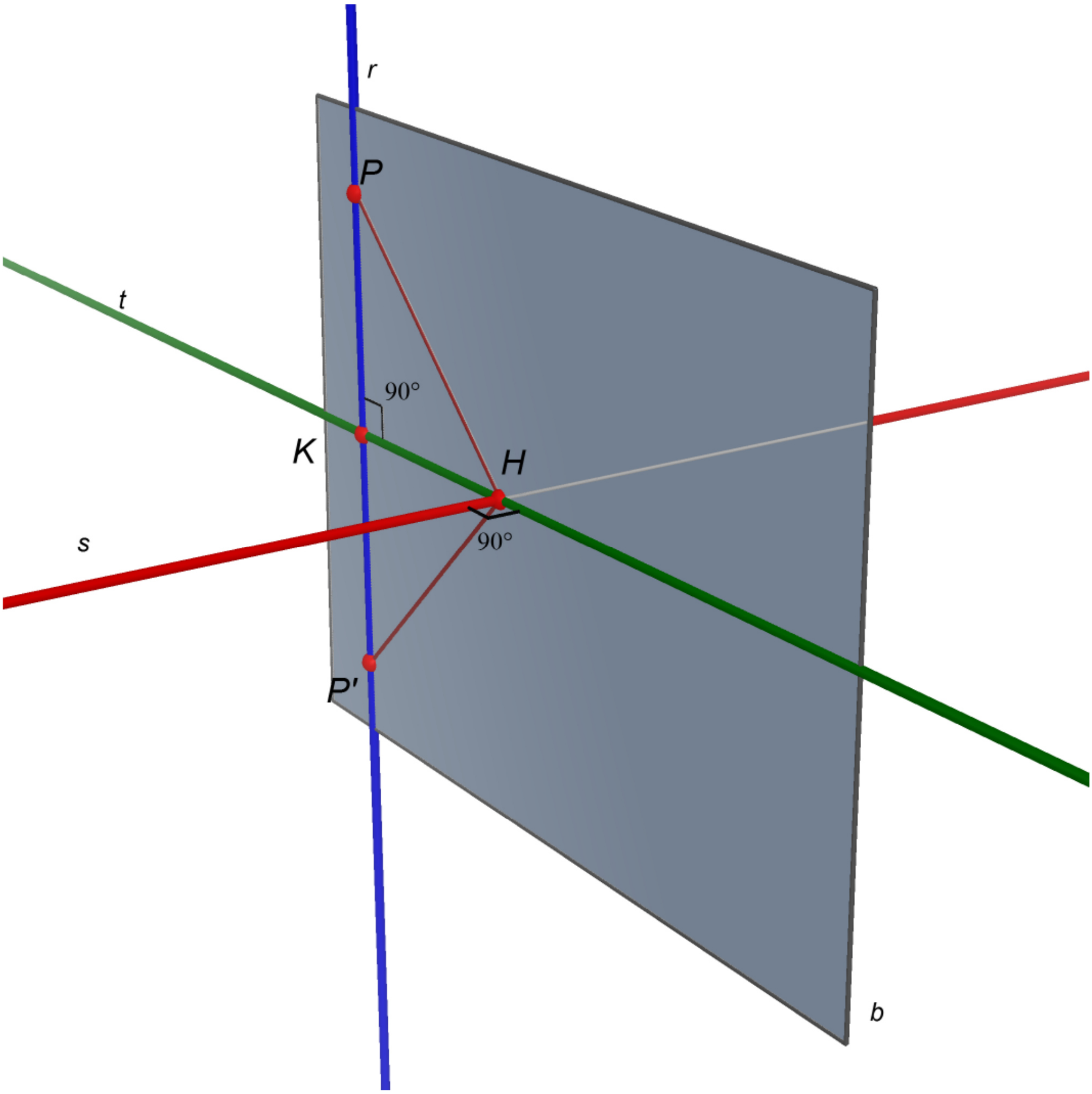

Figura 2

Consideriamo ora un punto *A* sulla retta *s*.

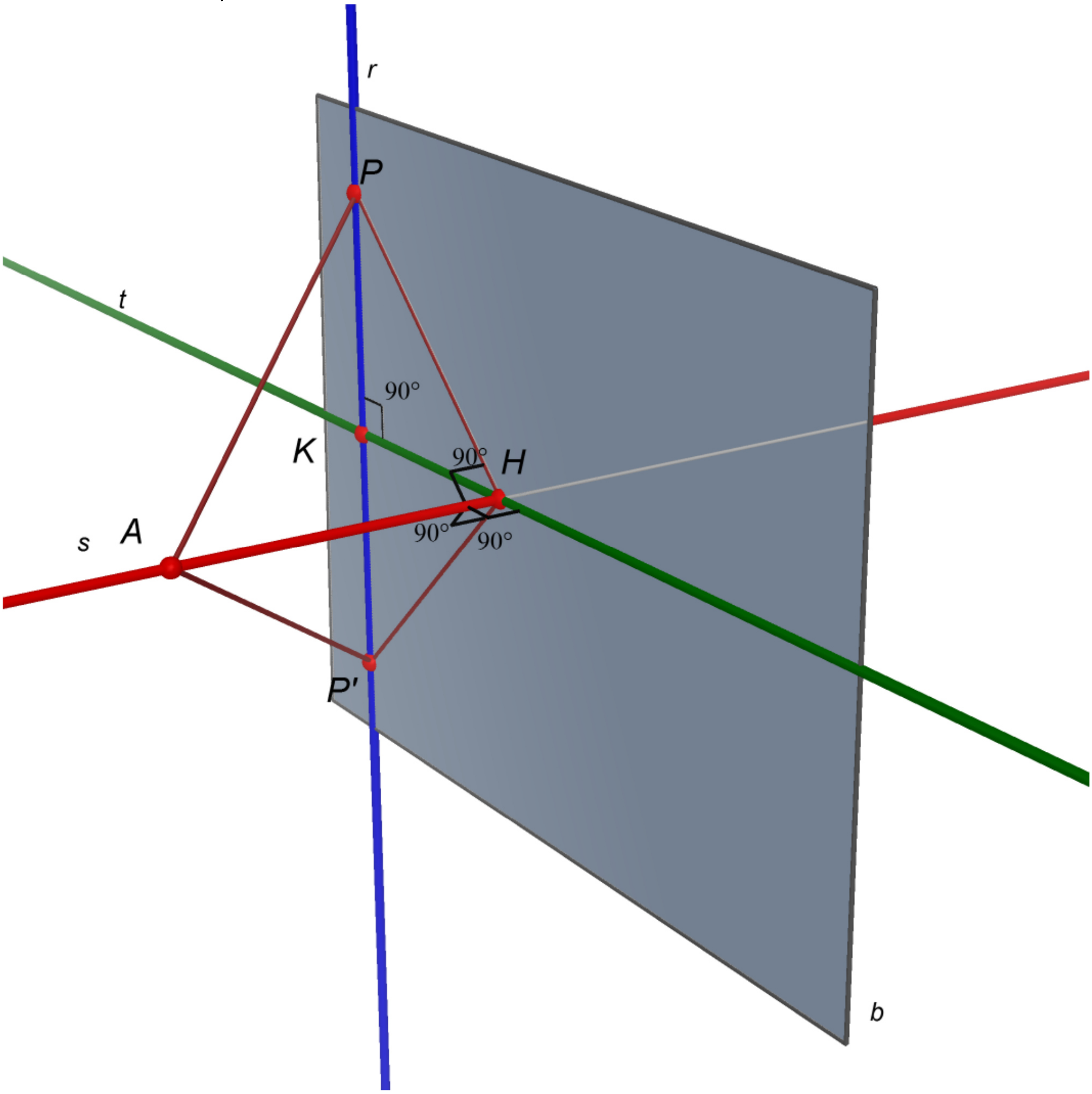

Figura 3

I due triangoli *PHA* e *P'H*A hanno i lato *AH* in comune, i lati *PH* e *P'H* uguali e gli angoli compresi uguali (sono entrambi retti). E quindi i due triangoli *PHA* e *P'H*A sono uguali. In particolare sono uguali i loro lati *PA* e *P'A*.

E quindi il triangolo *PAP'* è isoscele con base *PP'*. Pertanto la sua mediana *AK* è anche altezza. La retta *t'*, contenente l'altezza *AK* è quindi perpendicolare alla retta r.
La retta *r*, essendo perpendicolare alle rette *t* e *t'* del piano *a*, è perpendicolare al piano *a*.
Abbiamo dimostrato il teorema delle tre perpendicolari.

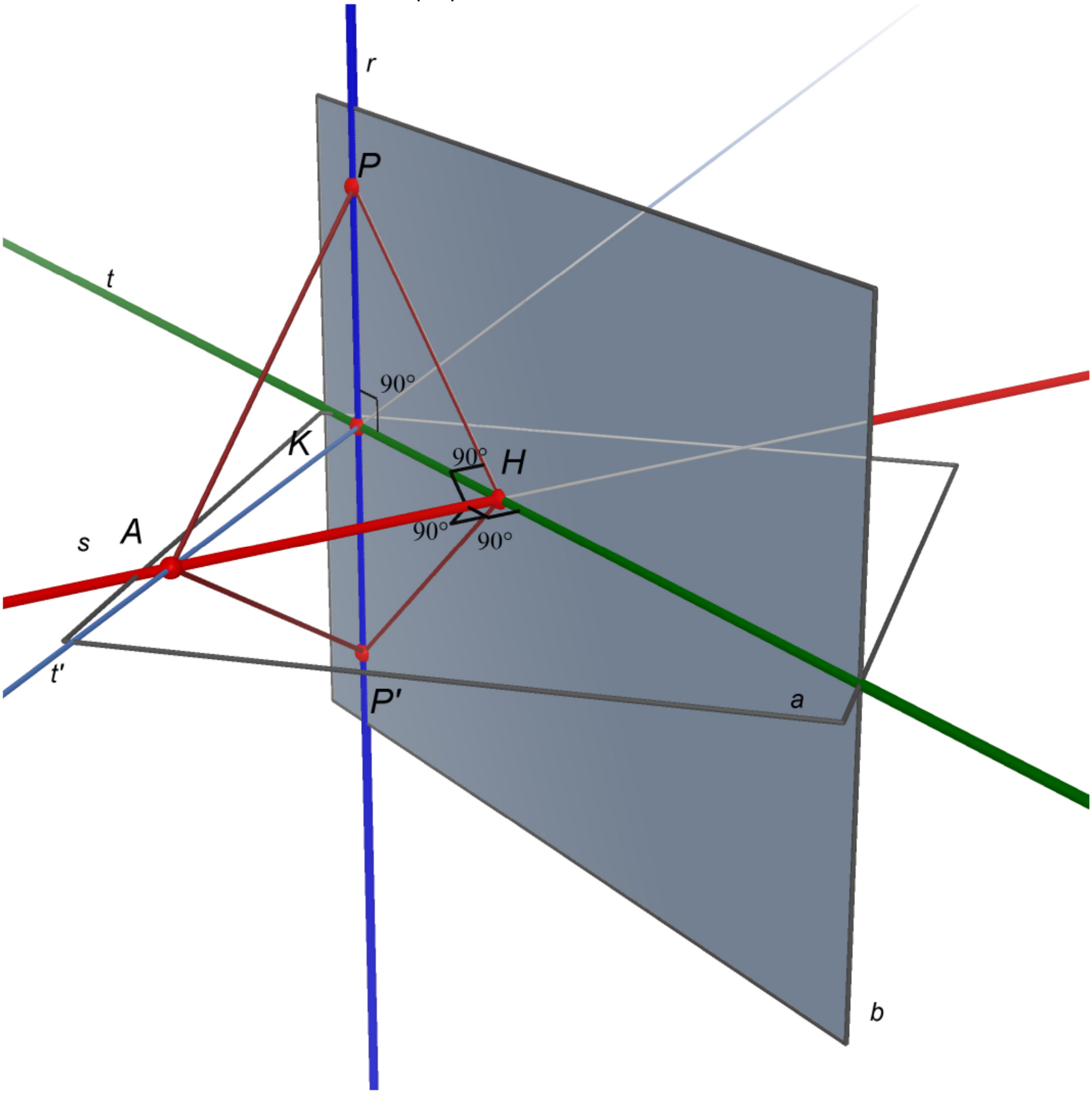

Figura 4 (file: *05_teorema_delle_tre_perpendicolari_01.cg3*)