Domanda 1

Avendo a disposizione una livella è possibile stabilire se un tavolo (che supponiamo piana) è orizzontale. Come? Perché? (spunto preso da: V. Villani *Cominciamo dal punto*, Pitagora Editrice, Bologna, 2006, pag. 65).

Figura 1: Una livella su un tavolo.

RISPOSTA.

Capiamo innanzitutto come funziona una livella. Se la bolla d'aria della livella sta al centro allora la retta s su cui poggia la livella è perpendicolare alla retta g passante per il centro della livella corrispondente alla forza di gravità. Essendo quest'ultima ovviamente verticale, ciò implica che la retta s su cui poggia la livella è orizzontale.

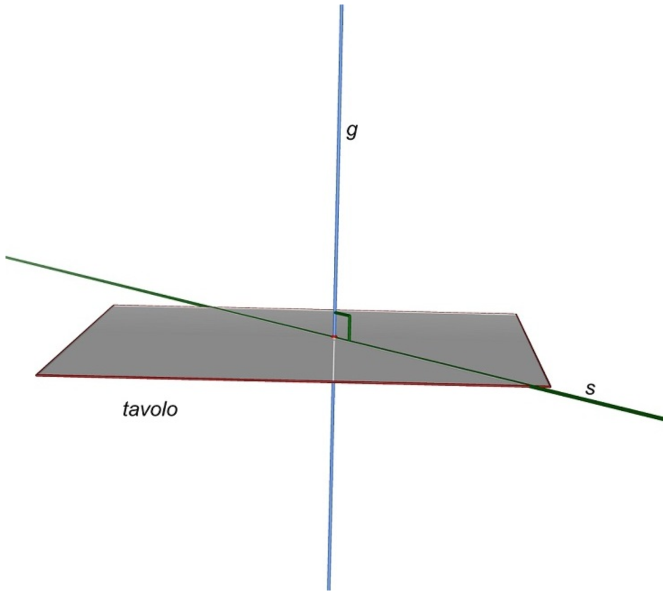


Figura 2: La retta s è orizzontale ...

Bisogna pertanto porre la livella sul tavolo e controllare che la bolla d'aria sia al centro.
Ma, facciamo attenzione, ciò NON è sufficiente per dire che il piano è orizzontale. Infatti di piani contenenti la retta orizzontale ve ne sono infiniti: solo uno di essi è orizzontale.

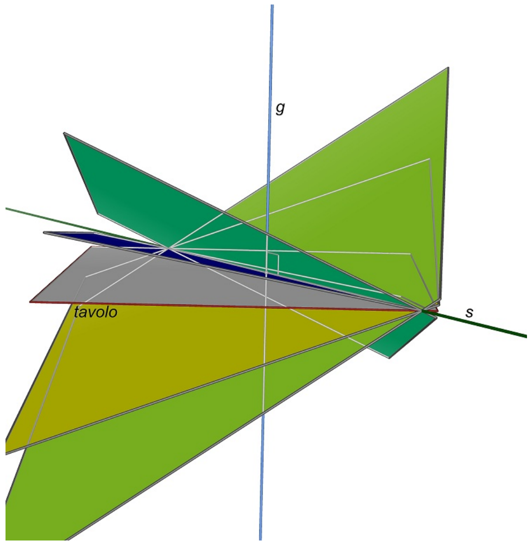


Figura 3: ... ma non è detto che il piano sia orizzontale

Ruotiamo allora sul tavolo la livella di un angolo che non sia uguale a 180° e controlliamo che la bolla d'aria sia al centro. Supponiamo che ciò avvenga. Abbiamo quindi verificato che le due rette s e s' sono perpendicolari alla retta r e quindi sono orizzontali.

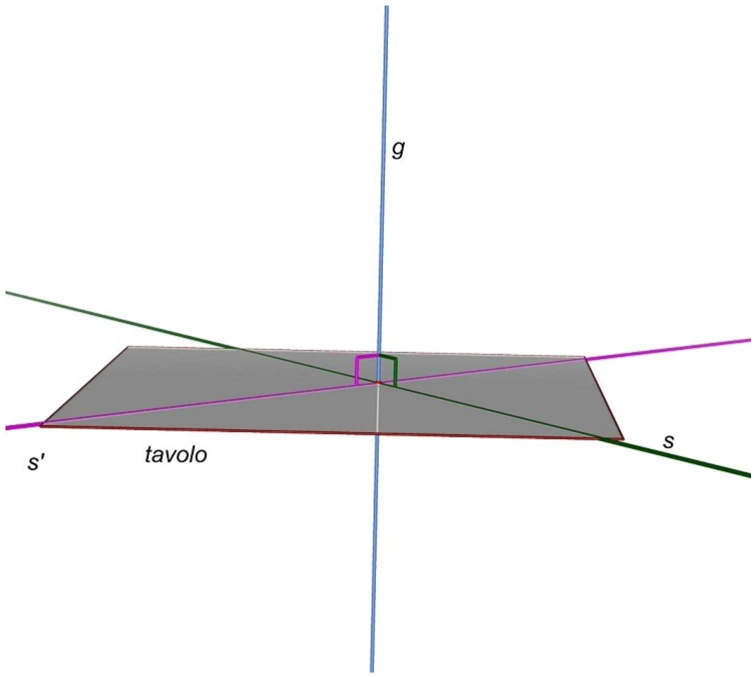
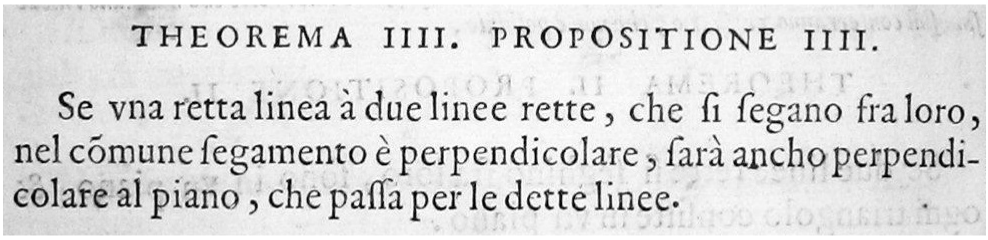


Figura 4: Le rette s e s' sono orizzontali

Siamo sicuri che a questo punto il tavolo sia orizzontale? Oppure dobbiamo fare infinite prove, una per ogni retta corrispondente ad una rotazione della livella?
In effetti non è necessario fare ulteriori controlli.
Ciò dipende dal **teorema 4 del libro XI di Euclide**:

Se due rette passanti per un punto A sono perpendicolari ad una retta r passante per A, allora ogni retta passante per A e contenuta nel piano contenente le due rette è perpendicolare alla retta r.

Vediamo come è enunciato questo stesso teorema in un'edizione degli elementi di Euclide stampata nel 1575.

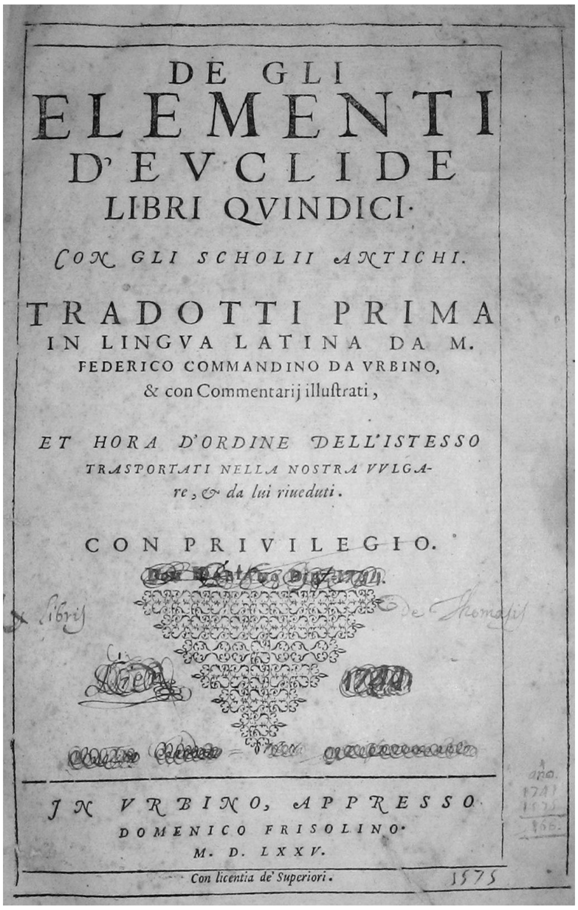


THEOREMA IIII. PROPOSITIONE IIII.

Se vna retta linea à due linee rette, che ſi ſegano fra loro, nel cõmune ſegamento è perpendicolare, ſarà ancho perpendicolare al piano, che paſſa per le dette linee.

Figura 5: La proposizione 4 del libro XI degli Elementi di Euclide, tratta da una traduzione italiana del 1575.

Ecco il frontespizio del volume XI.



DE GLI
ELEMENTI
D'EVCLIDE
LIBRI QVINDICI.

CON GLI SCHOLII ANTICHI.

TRADOTTI PRIMA
IN LINGVA LATINA DA M.
FEDERICO COMMANDINO DA VRBINO,
& con Commentarij illuſtrati,

ET HORA D'ORDINE DELL'ISTESSO
TRASPORTATI NELLA NOSTRA VVLGA-
re, & da lui riueduti.

CON PRIVILEGIO.

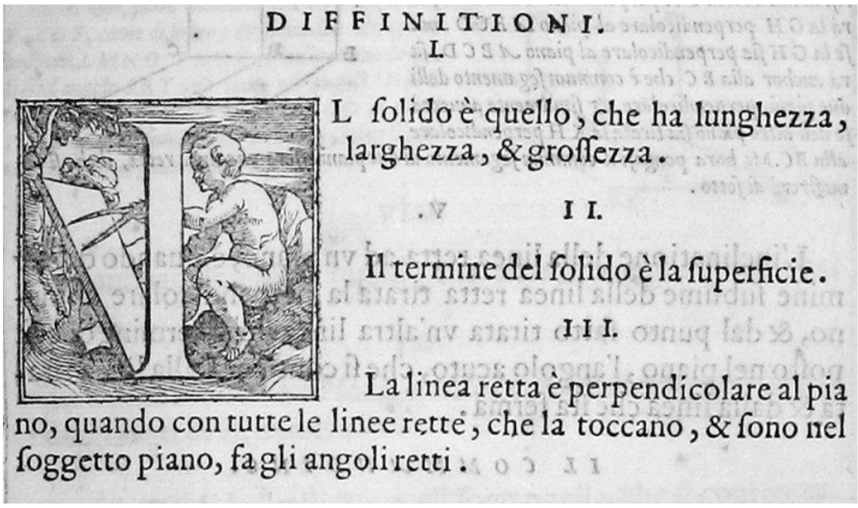
IN VRBINO, APPRESSO
DOMENICO FRISOLINO.
M. D. LXXV.

Con licentia de' Superiori.

1575

Figura 6: La copertina.

Il volume XI degli Elementi è dedicato alla geometria dello spazio. Si inizia con le definizioni e gli assiomi.


DIFFINITIONI.

I.

IL ſolido è quello, che ha lunghezza, larghezza, & groſſezza.

II.

Il termine del ſolido è la ſuperficie.

III.

La linea retta è perpendicolare al piano, quando con tutte le linee rette, che la toccano, & ſono nel ſoggetto piano, fa gli angoli retti.

Figura 7: Le prime definizioni del libro XI degli Elementi di Euclide.

A noi interessa la **Definizione 3 del Libro XI di Euclide**:

> Una retta è perpendicolare ad un piano se è perpendicolare a tutte le rette del piano passanti per il punto di intersezione del piano con la retta.

Poi seguono le proposizioni o teoremi.

Tutto pare quindi risolto.
Ma come rispondiamo alla seguente obiezione?

Abbiamo controllato che il tavolo è perpendicolare alla retta passante per un punto A del tavolo corrispondente alla gravità. Ma allora perché non controlliamo che il piano è perpendicolare alla retta passante per un altro punto B del piano corrispondente alla forza di gravità?

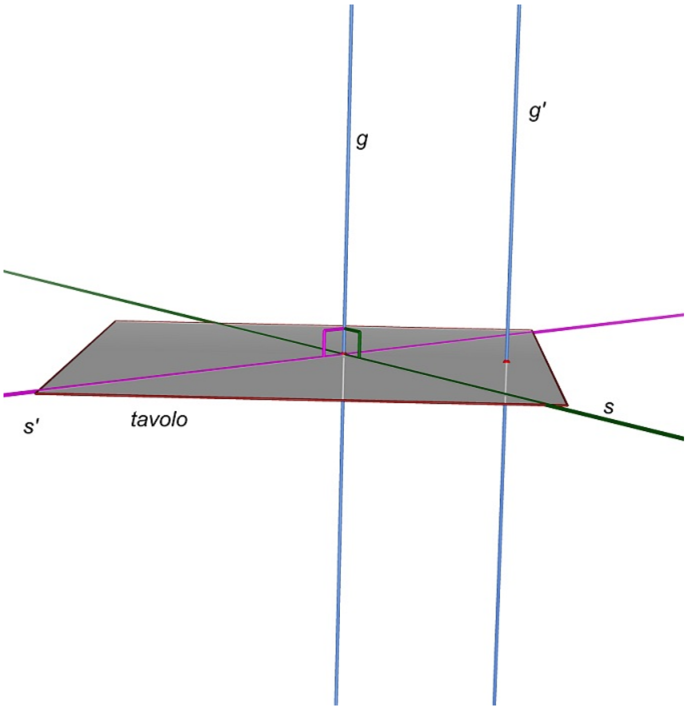
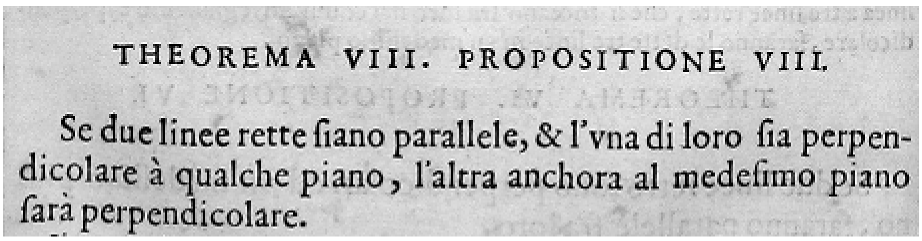


Figura 8: Il piano è perpendicolare ad entrambe le rette?

Abbiamo innanzitutto che le due rette passanti per A e B corrispondenti alla forza di gravità sono parallele. Allora ci viene in aiuto il **teorema 8 del libro XI di Euclide**:

> Se un piano è perpendicolare ad una retta, allora è perpendicolare a qualsiasi retta parallela alla retta stessa.



THEOREMA VIII. PROPOSITIONE VIII.

Se due linee rette ſiano parallele, & l'vna di loro ſia perpendicolare à qualche piano, l'altra anchora al medeſimo piano ſarà perpendicolare.

Figura 9: La proposizione 8 del libro XI degli Elementi di Euclide, tratta da una edizione in italiano del 1575.

Non è quindi necessario porre il centro della livella in un altro punto del piano.