

Ricapitolando

Abbiamo visto:

- come usare una livella per controllare se un piano è orizzontale



Figura 1: Una livella su un tavolo.

- come usare una squadra per controllare se un chiodo infisso su un piano è perpendicolare al piano



Figura 2: Una squadra tra il chiodo e il bersaglio.

- posizionare una porta rettangolare in modo tale che la porta possa girare liberamente intorno ad un suo lato maggiore.



Figura 3: Una porta.

Per far ciò abbiamo usato alcune definizioni e teoremi di geometria dello spazio.

DEFINIZIONE. (Definizione 3 del libro XI degli Elementi di Euclide)

Una retta r e un piano π che si intersecano in un punto O si dicono perpendicolari se la retta è perpendicolare a tutte le rette del piano π passanti per il punto O .

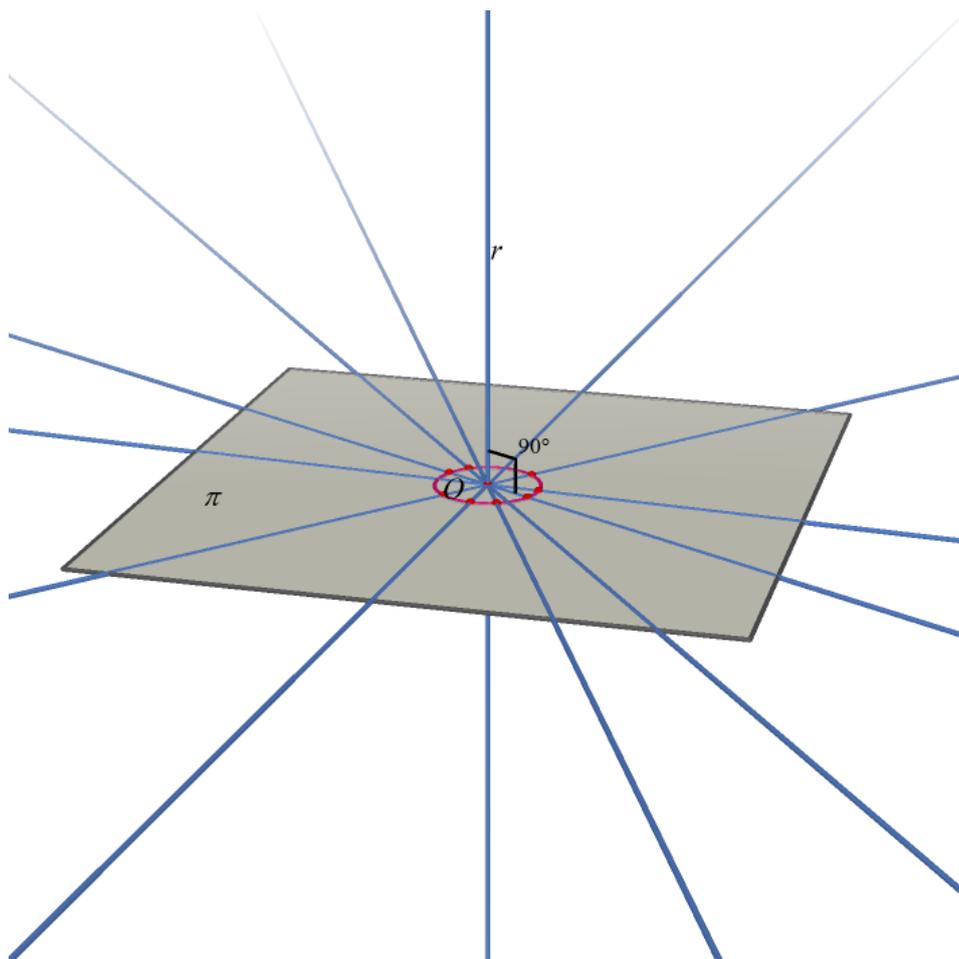


Figura 4: Retta e piano perpendicolari.

TEOREMA (Teorema 4 del libro XI degli Elementi di Euclide)
Dati una retta r e un piano π che si intersecano in un punto O , se la retta r è perpendicolare a due rette s e s' del piano π passanti per O allora la retta r è perpendicolare al piano π .

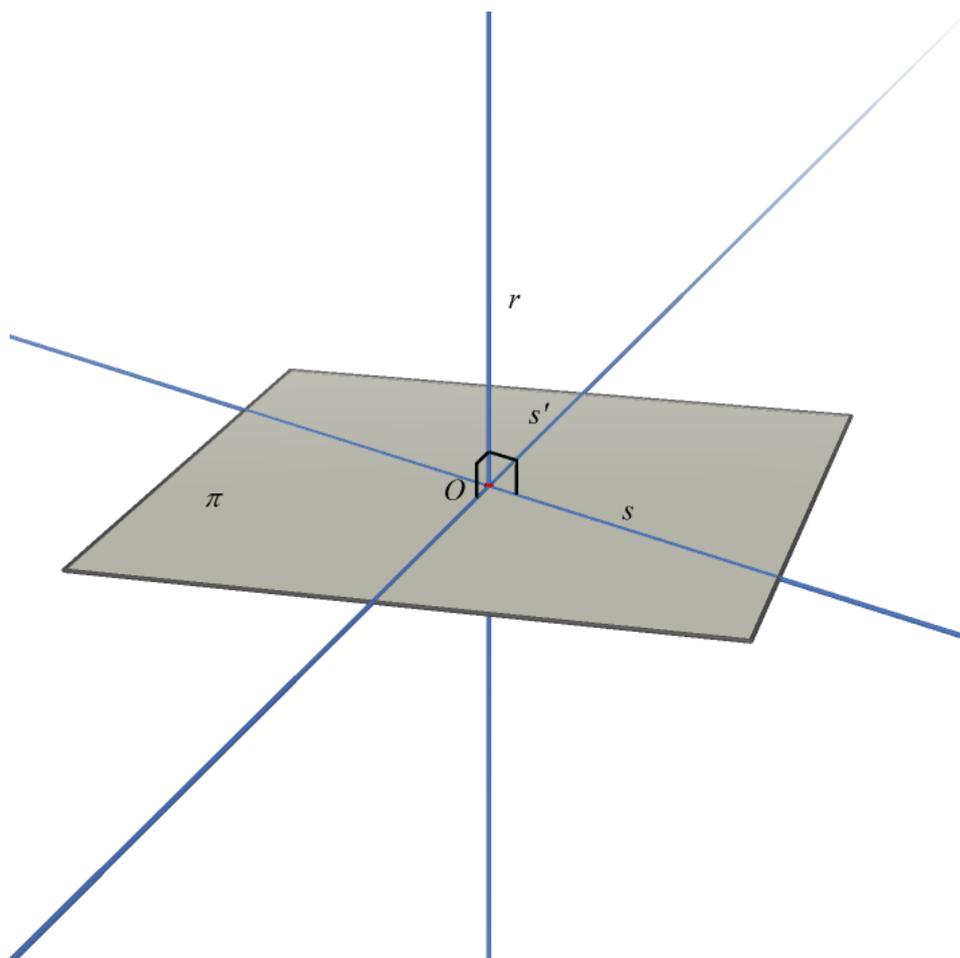


Figura 5: Retta perpendicolare a due rette del piano.

TEOREMA (Teorema 5 del libro XI degli Elementi di Euclide)
 Dati una retta r e un piano π che si intersecano in un punto O che siano perpendicolari tra loro, allora ogni retta t passante per O che sia perpendicolare alla retta r è contenuta nel piano π .

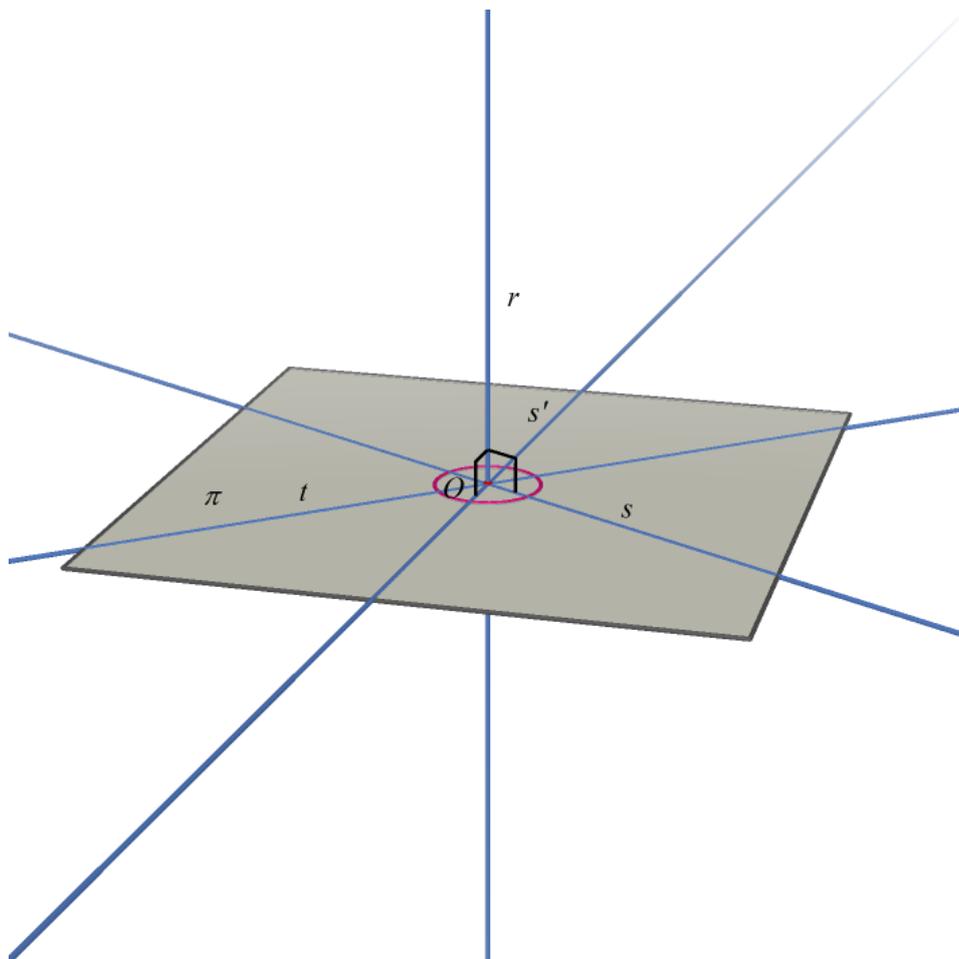


Figura 6: Retta e piano perpendicolari.

Da questi due teoremi segue che:

TEOREMA

Data una retta r e due rette s e s' perpendicolari a r in un punto O di r , le rette passanti per O appartenenti al piano determinato dalle rette s e s' sono tutte e sole le rette passanti per O perpendicolari ad r .

Abbiamo anche il seguente:

TEOREMA

Dato un piano π e un punto P , esiste una e una sola retta r passante per P e perpendicolare al piano π .

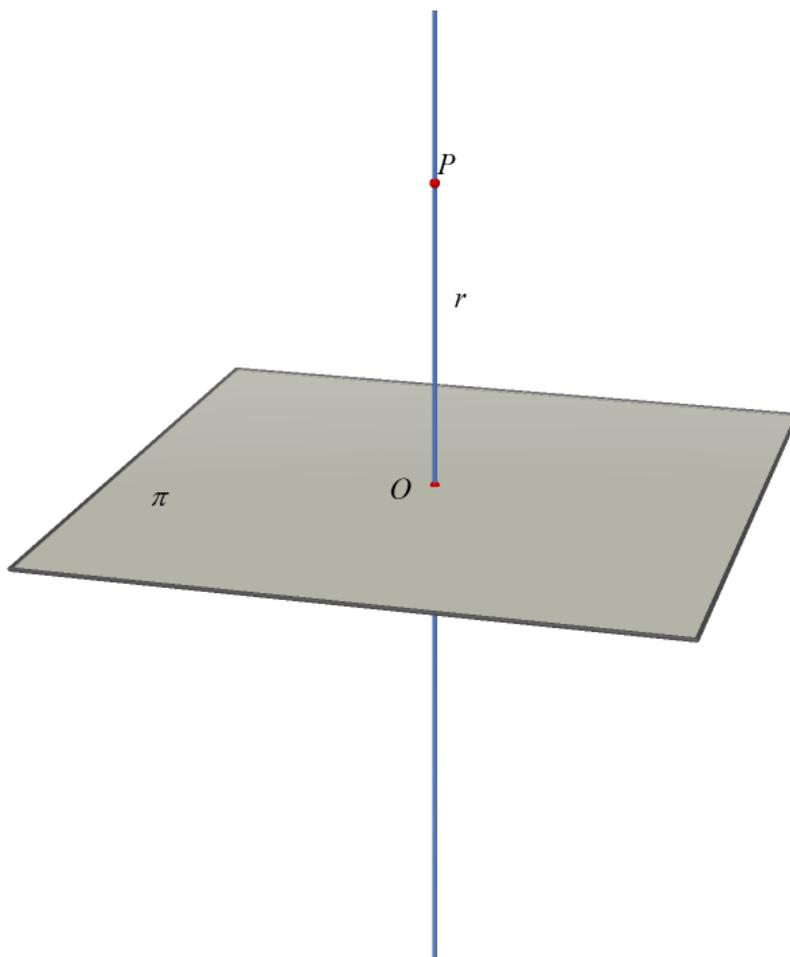


Figura 7: Retta per un punto perpendicolare ad un piano.

Attenzione. Non è necessario che il punto P appartenga al piano π .

Viceversa:

TEOREMA

Data una retta r e un punto P , esiste uno ed un solo piano π passante per P e perpendicolare a r .

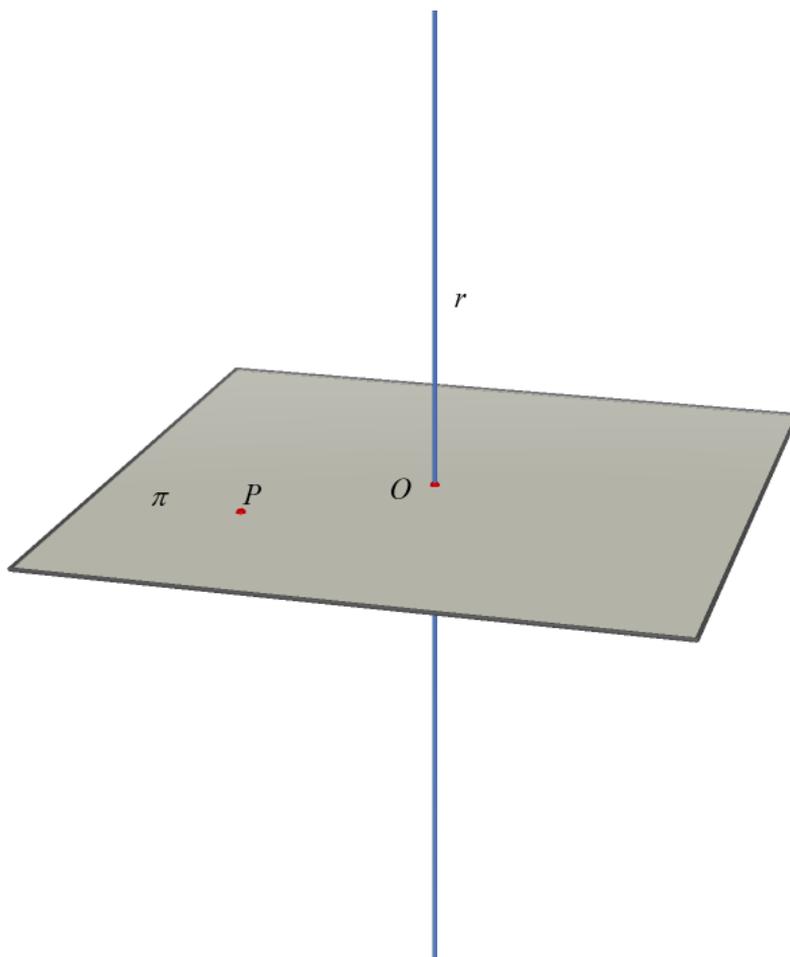


Figura 8: Retta per un punto perpendicolare ad un piano.

Attenzione. Non è necessario che il punto P appartenga alla retta r .

Abbiamo infine visto un altro:

TEOREMA

Se una retta r è perpendicolare ad un piano π , allora ogni retta r' parallela alla retta r è perpendicolare al piano π .

Viceversa, dato un piano π , tutte le rette perpendicolari al piano π sono parallele tra loro.

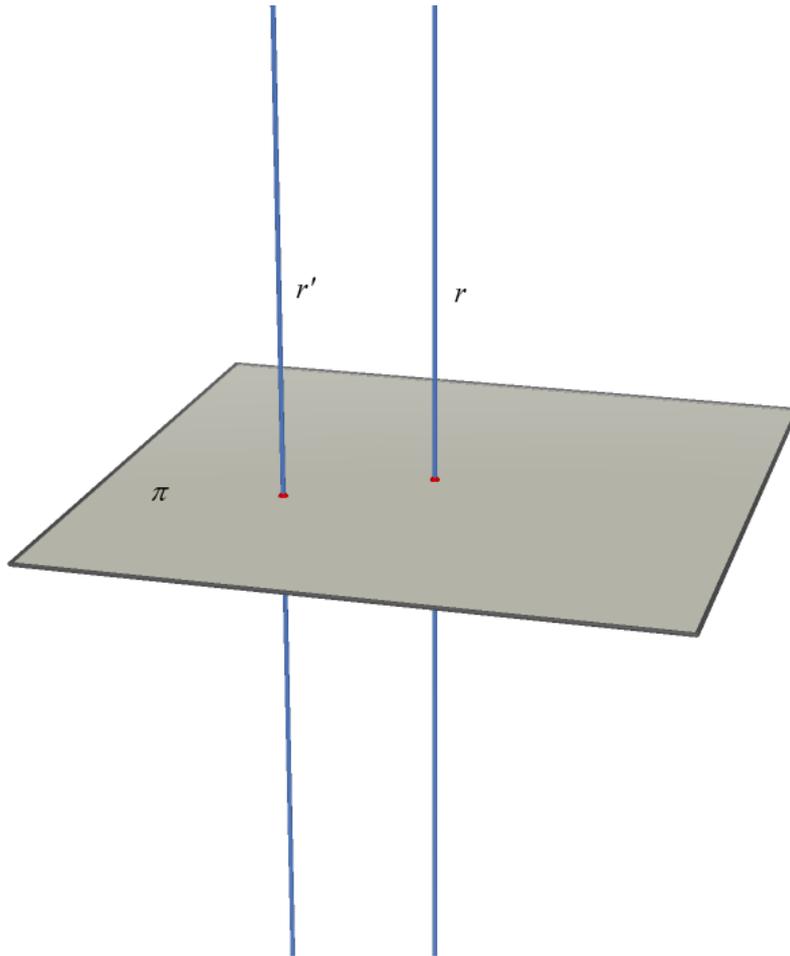


Figura 9: Rette perpendicolari ad un piano.

C'è un teorema analogo:

TEOREMA

Se un piano π è perpendicolare ad una retta r , allora ogni piano σ parallelo al piano π è perpendicolare alla retta r .

Viceversa, data una retta r , tutti i piani perpendicolari alla retta r sono paralleli tra loro.

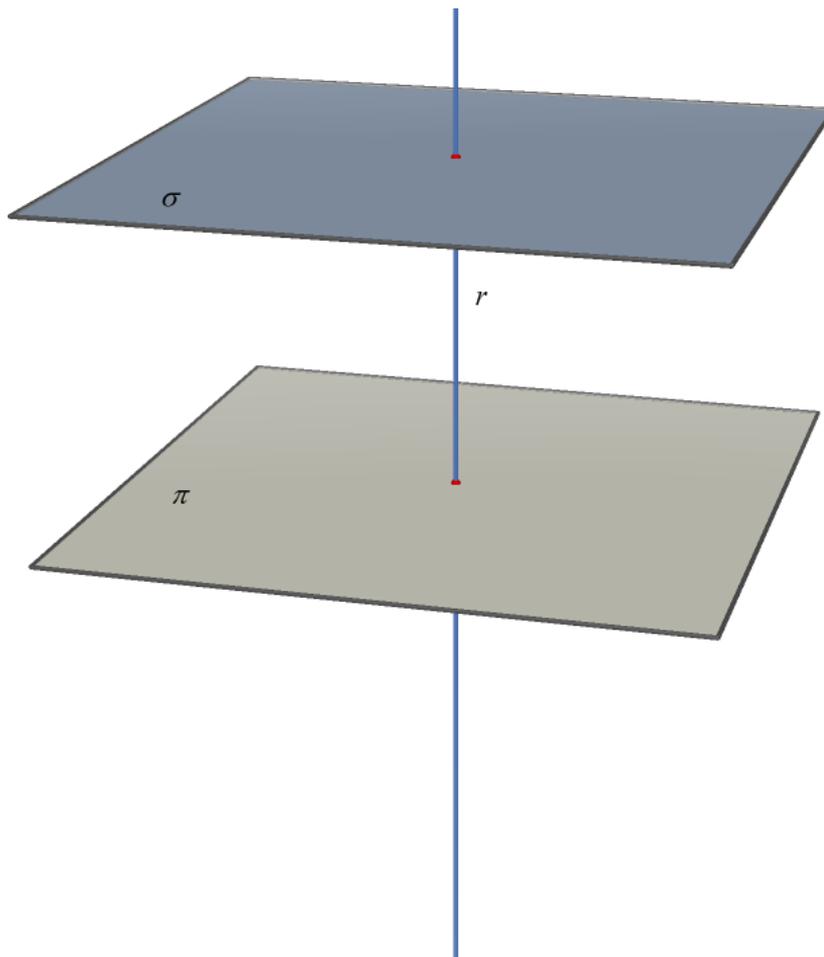


Figura 10: Piani perpendicolari ad una retta.