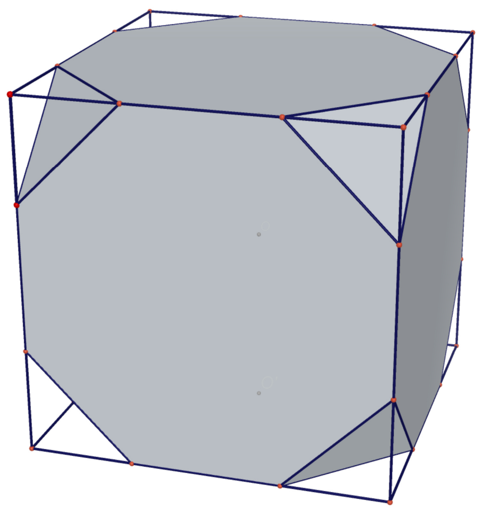
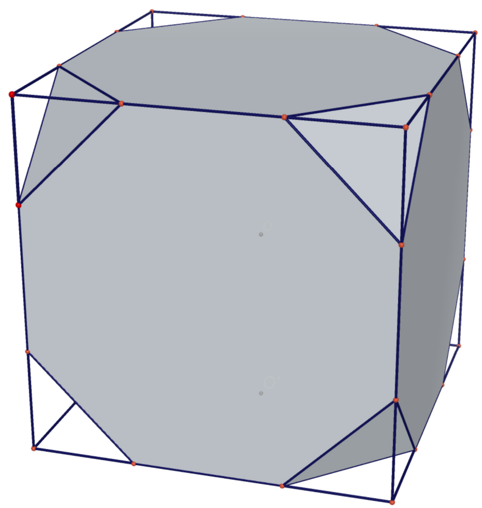


DOMANDA 13

Tronchiamo tutti i vertici di un cubo per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e ottagoni. Per una particolare distanza *d* gli ottagoni sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *cubo tronco*.



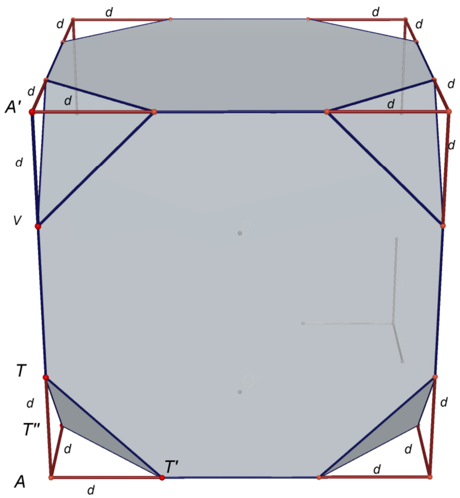
Quale è il rapporto tra la lunghezza degli spigoli del cubo e la distanza *d* per la quale si ottiene un cubo tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 13

$$2+\sqrt{2}$$

DIMOSTRAZIONE

Sia *s* la lunghezza dello spigolo del cubo. Per il teorema di Pitagora si ha $d(T,T') = d(T',T'') = d(T'',T) = \sqrt{2}d$. E quindi il triangolo *TT'T''* è equilatero qualsiasi sia la distanza *d*.



Noi vogliamo che si abbia $d(T,V) = s - 2d = \sqrt{2}\,d$.

Da cui segue $\frac{s}{d} = 2+\sqrt{2}$ o, equivalentemente, $d = \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)s$.

Per tale valore gli esagoni hanno tutti i lati uguali. I loro angoli sono tutti uguali perché sono supplementari a 45°, dal momento che il triangolo *TT'T''* è retto ed isoscele e quindi i suoi angoli alla base misurano 45°.

Abbiamo quindi dimostrato che per tale valore di *d* gli esagoni sono tutti regolari.