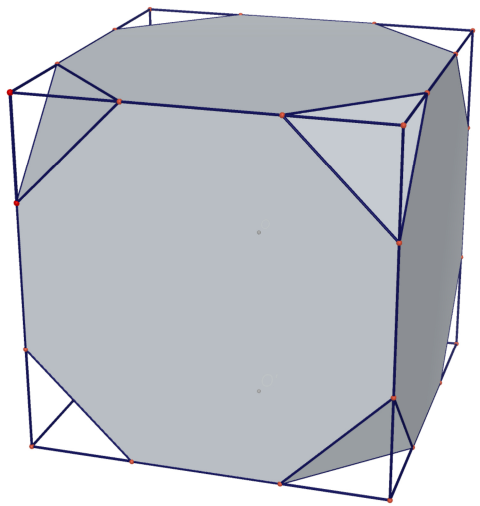
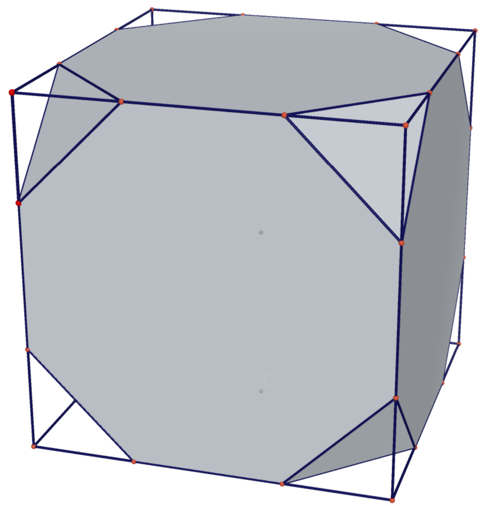


DOMANDA 14

Tronchiamo tutti i vertici di un cubo per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e ottagoni. Per una particolare distanza *d* gli ottagoni sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *cubo tronco*.



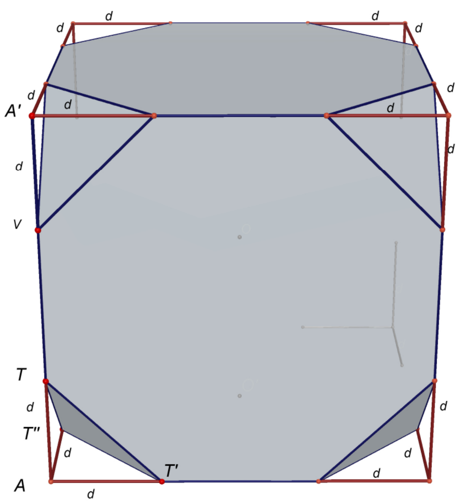
Quale è il rapporto tra la lunghezza degli spigoli del cubo e la lunghezza degli spigoli del cubo tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 14

$$\sqrt{2}+1$$

DIMOSTRAZIONE

Sia *s* la lunghezza dello spigolo del cubo. Per il teorema di Pitagora si ha $d(T,T') = d(T',T'') = d(T'',T) = \sqrt{2}d$. E quindi il triangolo *TT'T''* è equilatero qualsiasi sia la distanza *d*.



Indichiamo con s' la lunghezza dello spigolo del cubo tronco. Noi vogliamo che si abbia $s' = d(T,V) = s - 2d = \sqrt{2}\,d$.

Da cui segue $\frac{s}{d} = 2 + \sqrt{2}$ o, equivalentemente, $d = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)s$.

E quindi $s' = s - 2d = s - (2 - \sqrt{2})s = (\sqrt{2} - 1)s$.

Da cui $\frac{s}{s'} = \sqrt{2} + 1$.

Per completezza dimostriamo che gli esagoni sono regolari. Devono essere quindi uguali sia tutti i lati che tutti gli angoli.

Abbiamo visto che gli esagoni hanno tutti i lati uguali. I loro angoli sono tutti uguali perché sono supplementari a 45°, dal momento che il triangolo *TT'T''* è retto ed isoscele e quindi i suoi angoli alla base misurano 45°.