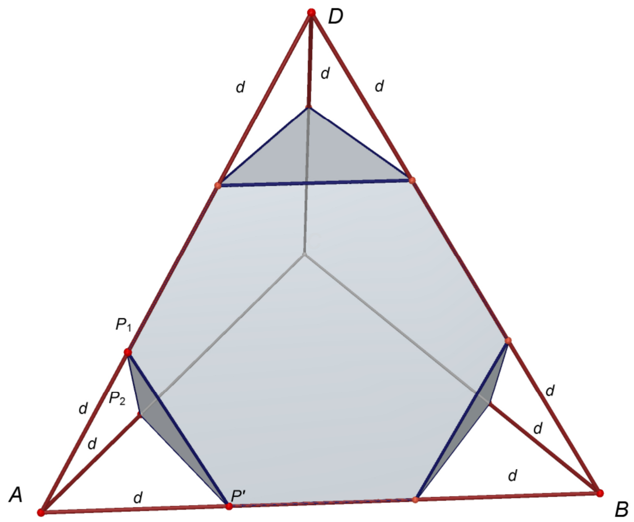
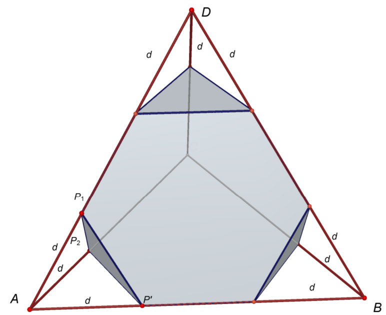


DOMANDA 17

Tronchiamo tutti i vertici di un tetraedro regolare per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e esagoni. Per una particolare distanza *d* gli esagoni sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *tetraedro tronco*.



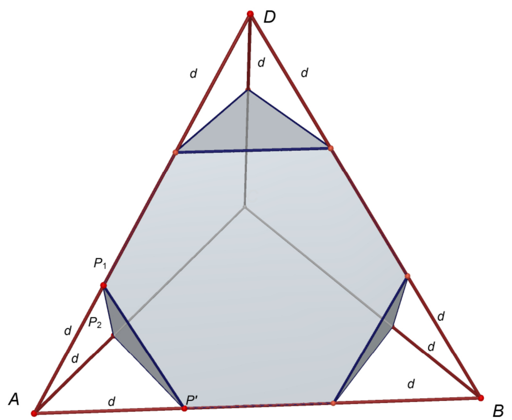
Quale è il rapporto tra il volume del tetraedro e il volume del tetraedro tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 17

$\frac{27}{23}$

DIMOSTRAZIONE

L'angolo P_1AP' , ha ampiezza uguale a 60°, poiché è un angolo interno del triangolo equilatero *ABDC*, faccia del tetraedro. Inoltre il triangolo P_1AP' è isoscele di base uguale a P_1P'. I suoi angoli alla base sono quindi uguali e misurano $\frac{1}{2}(180° - 60°) = 60°$. Il triangolo P_1AP' è quindi equilatero. Indicata con s la lunghezza degli spigoli dell'icosaedro si ha 3 *d*=*s*. Pertanto $\frac{s}{d} = 3$.



Vogliamo ora calcolare il rapporto tra i volumi del tetraedro e del tetraedro tronco rispettivamente.

Il volume *V* di un tetraedro regolare avente gli spigoli di lunghezza *s* è ovviamente proporzionale a s^3. Si ha cioè

$$V = as^3$$

Per il momento non ci interessa calcolare *a*.

Abbiamo visto che Il tetraedro tronco si ottiene dal tetraedro togliendogli quattro tetraedri regolari aventi come spigolo $\frac{s}{3}$.

E quindi il volume *V'* del tetraedro tronco è uguale a:

$$V' = as^3 - 4a\frac{s^3}{27} = \frac{23}{27}as^3$$

Da ciò deriva:

$$\frac{V}{V'} = \frac{27}{23}$$

In ogni caso, si dimostra che il volume di un tetraedro avente gli spigoli di lunghezza *s* è:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}s^3$$