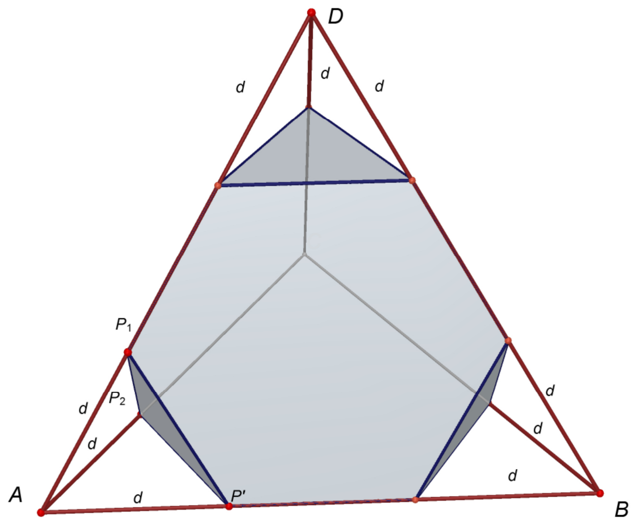
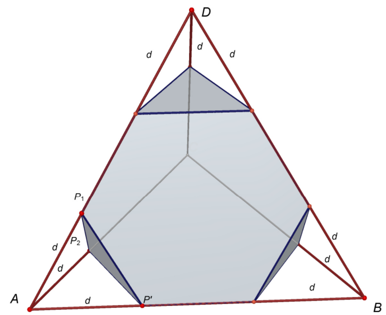


DOMANDA 18

Tronchiamo tutti i vertici di un tetraedro regolare per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e esagoni. Per una particolare distanza *d* gli esagoni sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *tetraedro tronco*.



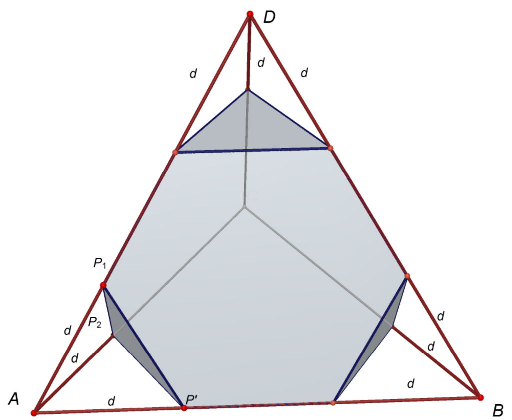
Quale è il rapporto tra la superficie del tetraedro regolare e la superficie del tetraedro tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 18

$\frac{9}{7}$

DIMOSTRAZIONE

L'angolo P_1AP' , ha ampiezza uguale a 60°, poiché è un angolo interno del triangolo equilatero *ABDC*, faccia del tetraedro. Inoltre il triangolo P_1AP' è isoscele di base uguale a P_1P'. I suoi angoli alla base sono quindi uguali e misurano $\frac{1}{2}(180° - 60°) = 60°$. Il triangolo P_1AP' è quindi equilatero. Indicata con s la lunghezza degli spigoli dell'icosaedro si ha 3 *d*=*s.* Pertanto $\frac{s}{d} = 3$.



Vogliamo ora calcolare il rapporto tra la superficie del tetraedro regolare e del tetraedro tronco rispettivamente.

La superficie *S* di un tetraedro regolare avente gli spigoli di lunghezza *s* è uguale a 4a s^2, dove a è l'area di un triangolo equilatero di lato unitario. Si ha cioè

$$S = 4as^2$$

Per il momento non ci interessa calcolare *a.*

Il tetraedro tronco ha come facce quattro triangoli equilateri e quattro esagoni regolari, tutti di spigoli uguale a $\frac{s}{3}$.

Dal momento che un esagono regolare è formato da sei triangoli equilateri abbiamo che la superficie S' del tetraedro tronco è uguale a:

$$S' = (4 + 4 \times 6)a\frac{s^2}{9} = \frac{28}{9}as^2$$

Da ciò deriva:

$$\frac{S}{S'} = \frac{9}{7}$$

In ogni caso, si dimostra che l'area *A* di un triangolo equilatero di lato *s*:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$$