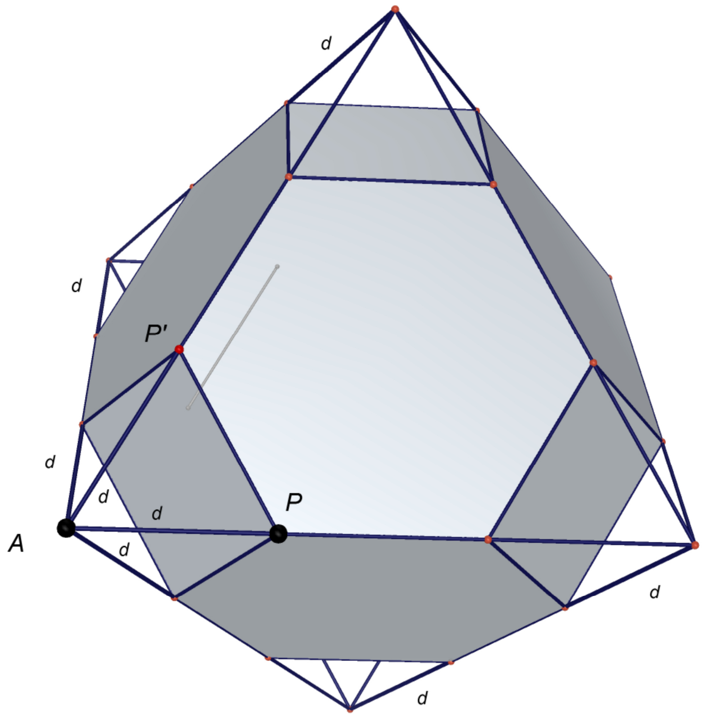
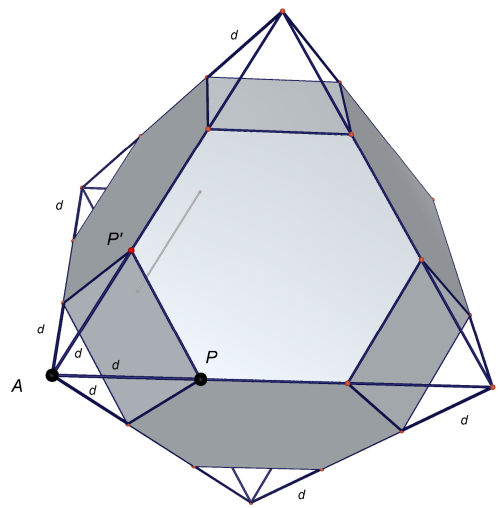


DOMANDA 26

Tronchiamo tutti i vertici di un ottaedro per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e esagoni. Per una particolare distanza *d* gli ottaedri sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *ottaedro tronco*.



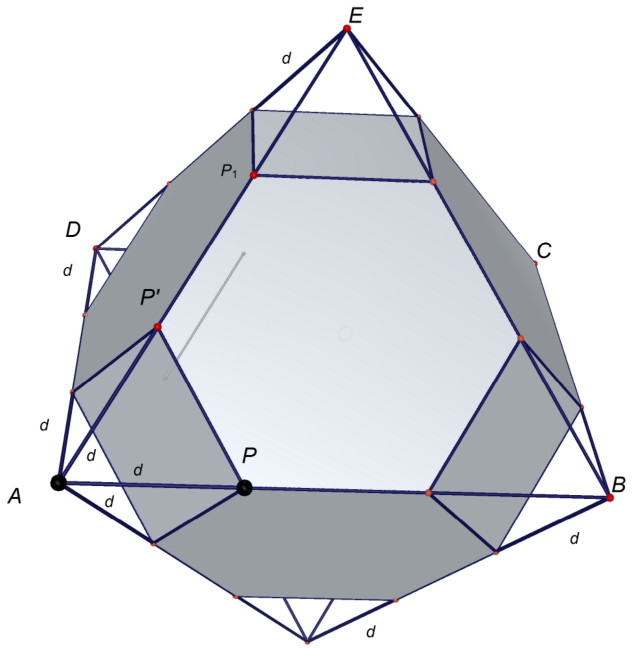
Quale è il rapporto tra la superficie dell’ottaedro e la superficie dell’ottaedro tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 26

$$\frac{3}{8}\left(3-\sqrt{3}\right)$$

DIMOSTRAZIONE

L'angolo PAP' , ha ampiezza uguale a 60°, poiché è un angolo interno del triangolo equilatero *BAE*, faccia dell'ottaedro. Inoltre il triangolo PAP' è isoscele con base *PP'* e quindi i due angoli alla base sono uguali e misurano $\frac{1}{2}(180° - 60°) = 60°$. Il triangolo PAP' è quindi equilatero. Abbiamo pertanto $d = \overline{AP'} = \overline{PP'} = \overline{P'P_1} = \overline{P_1E}$. Indicata con s la lunghezza degli spigoli dell'icosaedro si ha 3 *d=s.* Pertanto $\frac{s}{d} = 3$.



Vogliamo ora calcolare il rapporto tra le aree dell'ottaedro e dell'ottaedro tronco rispettivamente.

L'area di un triangolo equilatero di lato s è uguale a

A= $\frac{\sqrt{3}}{4}s^2$. Pertanto la superficie dell'ottaedro è $S = 2\sqrt{3}s^2$ dal momento che l'ottaedro ha 8 facce.

L'ottaedro troncato ha come facce 6 quadrati e 8 esagoni regolari, tutti aventi lati di lunghezza $\frac{s}{3}$. Dal momento che un esagono regolare è composto da 6 triangoli equilateri, la superficie S' dell'ottaedro troncato è uguale a:

$$S' = \left(6 + 8 \times 6\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\frac{s^2}{9} = \frac{2}{3}\left(1+\sqrt{3}\right)$$

E quindi

$$\frac{S}{S'} = \frac{3}{8}\left(3-\sqrt{3}\right)$$