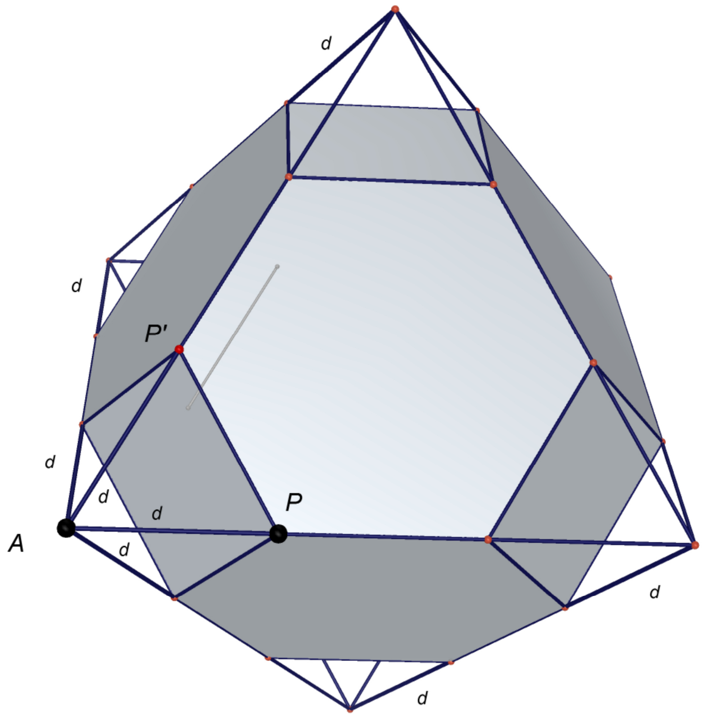
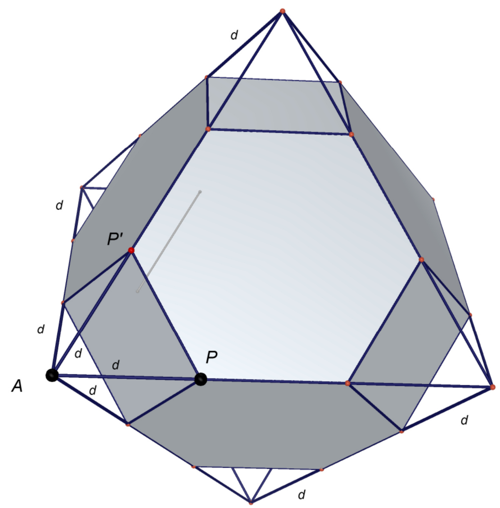


DOMANDA 35

Tronchiamo tutti i vertici di un ottaedro per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e esagoni. Per una particolare distanza *d* gli ottaedri sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *ottaedro tronco*.



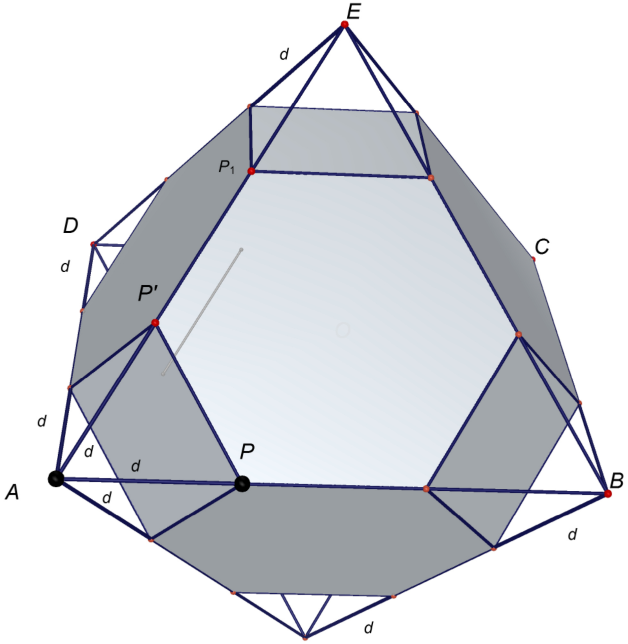
Quale è il rapporto tra la lunghezza degli spigoli dell’ottaedro tronco e il raggio della sfera circoscritta all’ottaedro tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 35

$$\frac{2}{5}\sqrt{5}$$

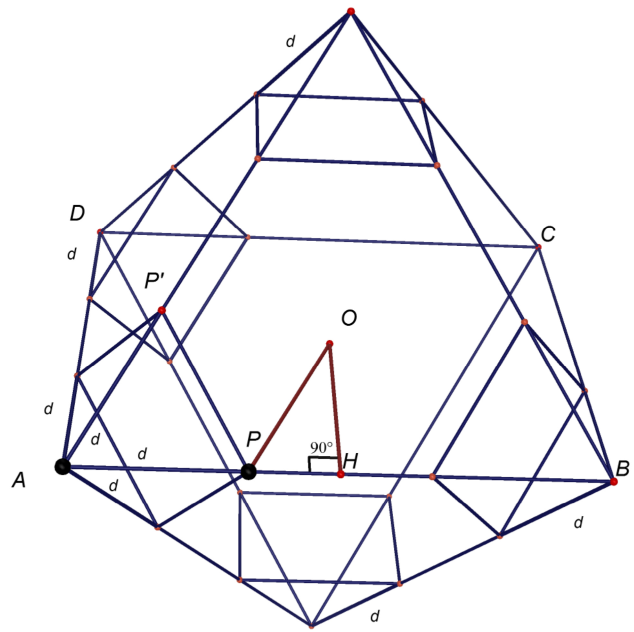
DIMOSTRAZIONE

L'angolo PAP' , ha ampiezza uguale a 60°, poiché è un angolo interno del triangolo equilatero *BAE*, faccia dell'ottaedro. Inoltre il triangolo PAP' è isoscele con base *PP'* e quindi i due angoli alla base sono uguali e misurano $\frac{1}{2}(180° - 60°) = 60°$. Il triangolo PAP' è quindi equilatero. Abbiamo pertanto $d = \overline{AP'} = \overline{PP'} = \overline{P'P_1} = \overline{P_1E}$. Indicata con s la lunghezza degli spigoli dell'icosaedro si ha 3 *d=s.* Pertanto $\frac{s}{d} = 3$.



Vogliamo ora determinare il rapporto tra la lunghezza degli spigoli dell'ottaedro tronco e il raggio della sfera circoscritta all'ottaedro tronco.

Sia *O* il centro dell'ottaedro. Esso è centro anche del quadrato *ABCD* (vedere figura). Sia *H* il punto medio del segmento *AB*.



$$r^2 = \overline{OH}^2 + \overline{PH}^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{s}{6}\right)^2 = \frac{5}{18}s^2$$

E quindi, indicata con *s'* la lunghezza degli spigoli dell'ottaedro tronco, abbiamo:

$$\frac{s'}{r} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$$