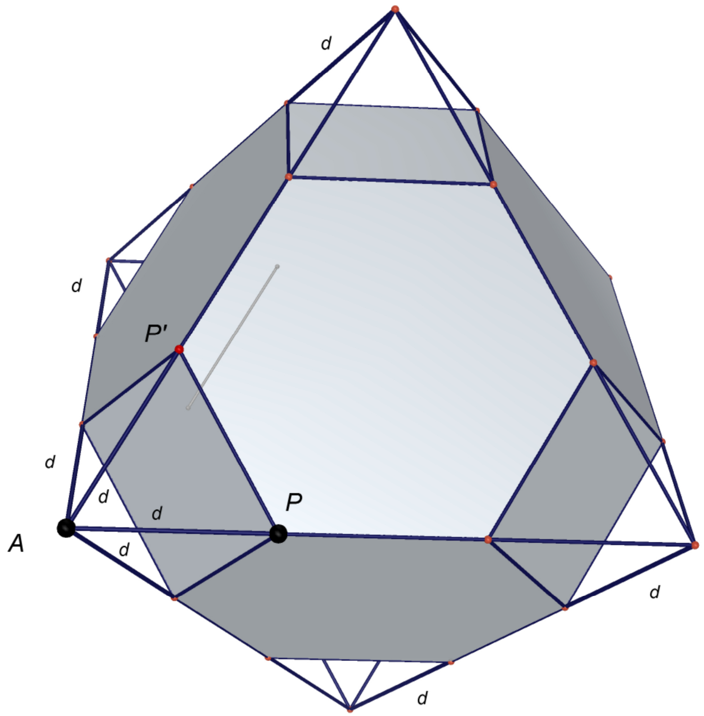
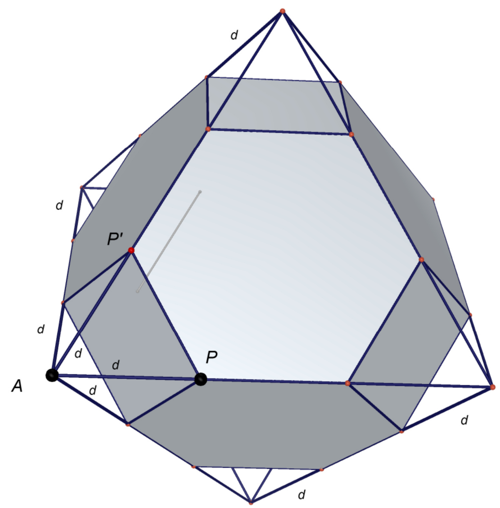


DOMANDA 36

Tronchiamo tutti i vertici di un ottaedro per mezzo di piani passanti per punti degli spigoli concorrenti in un vertice aventi tutti la stessa distanza *d* dal vertice stesso (vedere figura). Otteniamo un poliedro *P* avente come facce triangoli equilateri e esagoni. Per una particolare distanza *d* gli ottaedri sono regolari. In questo caso il poliedro *P* è un poliedro archimedeo, chiamato *ottaedro tronco*.



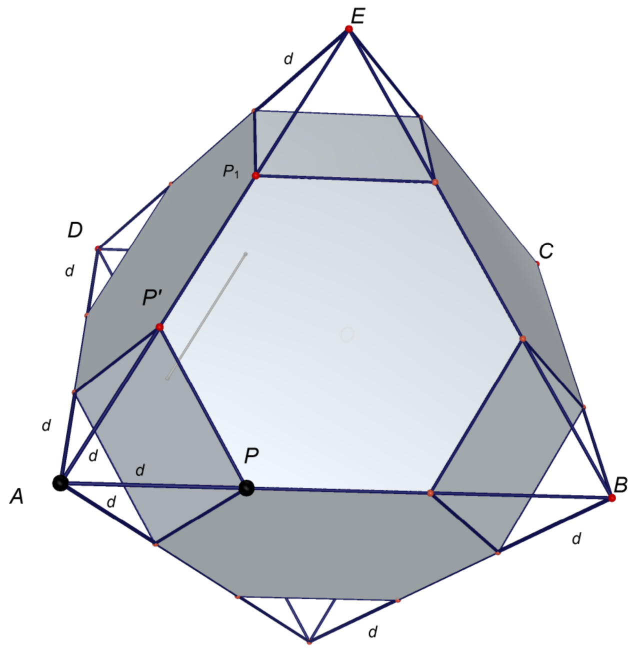
Quale è il rapporto tra il volume dell'ottaedro e il volume dell'ottaedro tronco?

RISPOSTA ALLA DOMANDA 36

$$\frac{9}{8}$$

DIMOSTRAZIONE

L'angolo PAP' , ha ampiezza uguale a 60°, poiché è un angolo interno del triangolo equilatero *BAE*, faccia dell'ottaedro. Inoltre il triangolo PAP' è isoscele con base *PP'* e quindi i due angoli alla base sono uguali e misurano $\frac{1}{2}(180° - 60°) = 60°$. Il triangolo PAP' è quindi equilatero. Abbiamo pertanto $d = \overline{AP'} = \overline{PP'} = \overline{P'P_1} = \overline{P_1E}$. Indicata con s la lunghezza degli spigoli dell'icosaedro si ha 3 *d*=*s.* Pertanto $\frac{s}{d} = 3$.



Vogliamo ora determinare il rapporto tra il volume dell'ottaedro e il volume dell'ottaedro tronco.

Il volume *V* di una piramide a base quadrata avente come facce laterali triangoli equilateri a s^3, dove *s* è la misura dei suoi spigoli. Si ha cioè

$$V = as^3$$

Non ci interessa calcolare *a.*

L'ottaedro avente spigoli di lunghezza *s* ha volume uguale a

$$V' = 2as^3$$

L'ottaedro tronco è ottenuto dall'ottaedro togliendogli sei piramidi aventi come base un quadrato di lato $\frac{s}{3}$ e come facce laterali triangoli equilateri. Ognuno di queste piramidi ha volume uguale a

$$\frac{V}{27}$$

E quindi il volume dell'ottaedro tronco è uguale a

$$V'' = 2as^3 - \frac{6}{27}as^3 = \frac{16}{9}as^3.$$

Abbiamo pertanto:

$$\frac{V'}{V''} = \frac{9}{8}$$