Domanda 2

Avendo a disposizione una livella è possibile stabilire se un tavolo è orizzontale? Come? Perché?

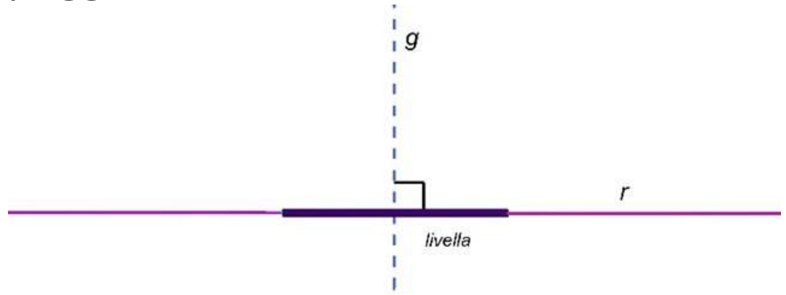
Spunto preso da:
V. Villani *Cominciamo dal punto*
Pitagora Editrice, Bologna.

VERSO LA RISPOSTA

Capiamo innanzitutto come funziona una livella.

Se la bolla d'aria della livella sta al centro, allora la retta *r* su cui poggia la livella è perpendicolare alla retta *g,* corrispondente alla forza di gravità, passante per il centro della livella.

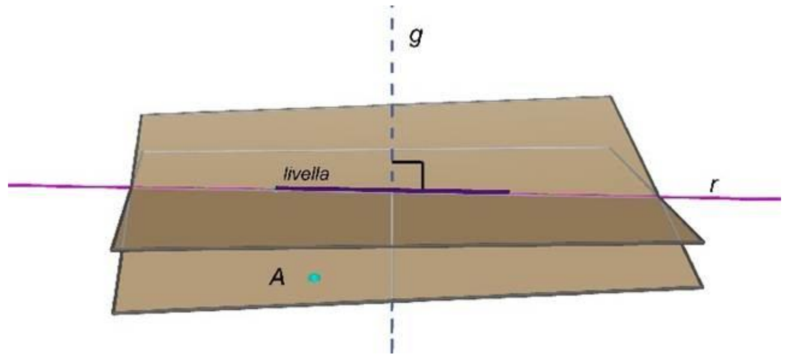
Essendo quest'ultima ovviamente verticale, ciò implica che la retta *r* su cui poggia la livella è orizzontale.



Bisogna pertanto porre la livella sul tavolo e controllare che la bolla d'aria sia al centro.

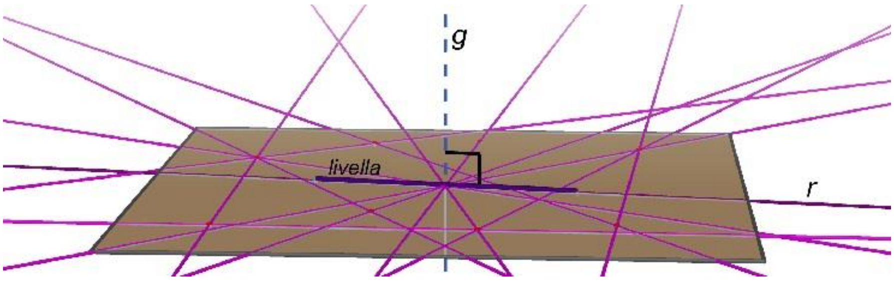
Ma, facciamo attenzione, ciò NON è sufficiente per dire che il piano è orizzontale.

Infatti di piani contenenti la retta *r*, su cui giace la livella, ve ne sono infiniti: solo uno di essi è orizzontale.

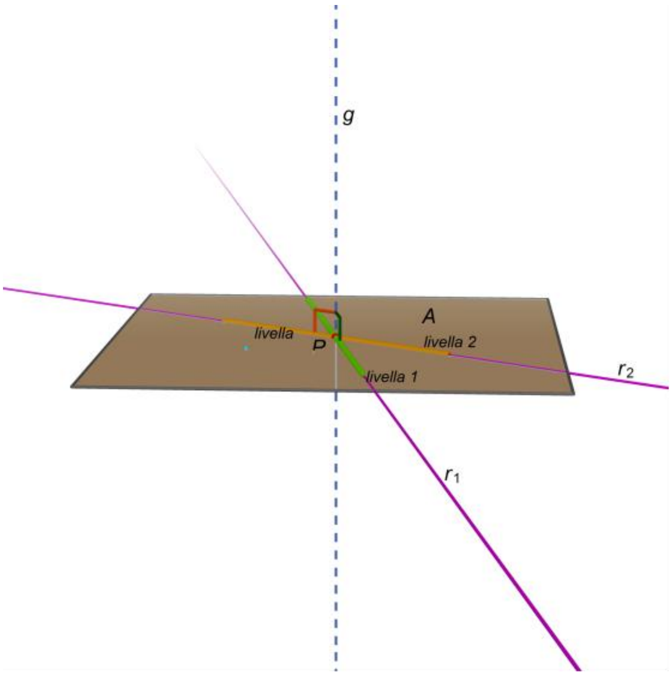


In effetti un tavolo è orizzontale se sono orizzontali tutte le rette che giacciono sul piano.

Noi abbiamo fatto un solo controllo. Ne dovremmo fare infiniti. Uno per ogni retta del piano.



Noi abbiamo invece fatto il controllo per una sola retta.
In effetti, se provassimo a chiedere ad un qualsiasi artigiano esperto di controllare se un piano è orizzontale, vedremmo che l’artigiano pone la livella sul piano, controlla che la bolla sia al centro, poi ruota la livella e controlla di nuovo che la bolla sia al centro. Se in entrambi i casi la bolla è al centro, l’artigiano afferma che il piano è orizzontale. Afferma cioè che **tutte** le rette del piano sono orizzontali.



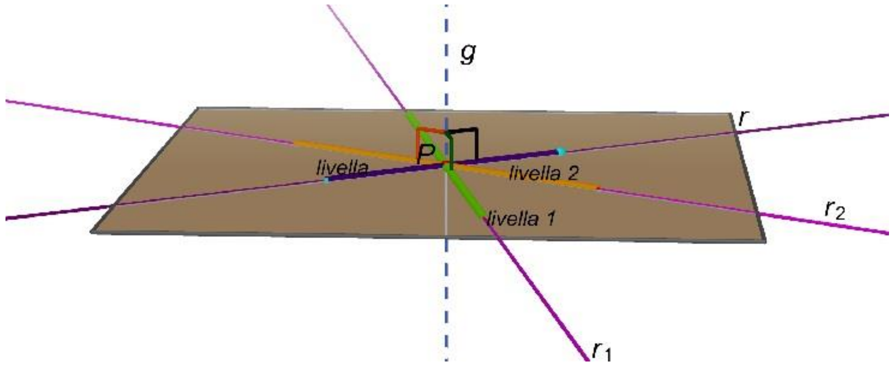
L’artigiano ha perfettamente ragione. Perché?
L’artigiano sta sfruttando, forse inconsapevolmente, alcuni importanti teoremi di geometria dello spazio riguardanti la perpendicolarità tra una retta e un piano.

Ora che conosciamo la definizione di rette tra loro perpendicolari possiamo tornare al nostro artigiano.

Ricordiamo che l'artigiano, dopo aver controllato che le rette r_1 e r_2 sono perpendicolari alla retta g, ha affermato che il piano è orizzontale.

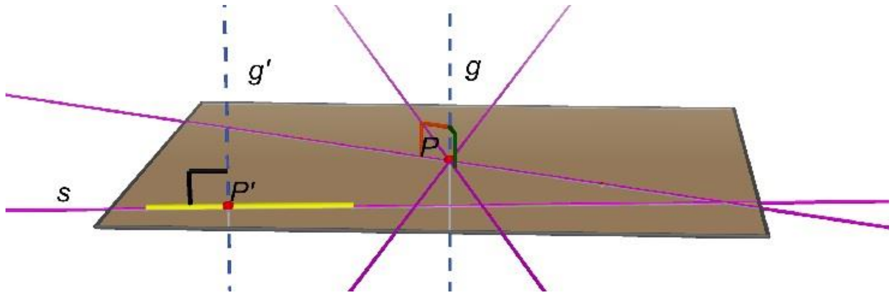
Bene, si può dimostrare il seguente teorema.

Teorema (Proposizione 4 del libro XI degli Elementi di Euclide)
Siano dati una retta *g* un piano che si intersecano in un punto *P*.
Se la retta *g* è perpendicolare a due rette distinte r_1 e r_2 del piano passanti per *P*, allora la retta *g* è perpendicolare a qualsiasi retta *r* del piano passante per *P*.



Da ciò possiamo dedurre che tutte le rette del piano passanti per *P* sono perpendicolari alla retta *g* e quindi sono orizzontali.

Ma ora dovremmo controllare che ogni altra retta del piano è orizzontale.
Consideriamone una. Chiamiamola *s*.



Consideriamo un suo punto *P'* e consideriamo la retta *g'* corrispondente alla forza di gravità applicata in *P'*.

Le due rette *g* e *g'* passanti per *P* e *P'* corrispondenti alla forza di gravità sono parallele.
Allora ci viene in aiuto un altro teorema della geometria dello spazio.

Teorema (Proposizione 8 del libro XI degli Elementi di Euclide)

Se un piano è perpendicolare ad una retta, allora è perpendicolare a qualsiasi retta parallela alla retta stessa.

Da questo teorema segue la retta *s* è perpendicolare a *g'* e quindi è orizzontale.

Abbiamo quindi una risposta alla domanda che ci è stata posta.

RISPOSTA
Se la livella, posta prima su una retta del tavolo e poi su un'altra retta del tavolo che interseca la prima, ha in entrambi i casi la bolla al centro, allora il piano è orizzontale.