

# Indice

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Applicazioni dell'algoritmo di Gauss</b>                        | <b>1</b>  |
| 1.1      | Introduzione . . . . .                                             | 1         |
| 1.2      | Operazioni elementari . . . . .                                    | 2         |
| 1.3      | Calcolo del rango . . . . .                                        | 9         |
| 1.4      | Calcolo del determinante . . . . .                                 | 11        |
| 1.5      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .                         | 13        |
| 1.6      | Sunto . . . . .                                                    | 14        |
| 1.6.1    | Operazioni elementari . . . . .                                    | 14        |
| 1.6.2    | Algoritmo per il calcolo del rango di una matrice . . . . .        | 15        |
| 1.6.3    | Algoritmo per il calcolo del determinante di una matrice . . . . . | 15        |
| 1.7      | Esercizi . . . . .                                                 | 16        |
| 1.8      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                                 | 17        |
| <b>2</b> | <b>Campi</b>                                                       | <b>21</b> |
| 2.1      | Introduzione . . . . .                                             | 21        |
| 2.2      | Addizione e moltiplicazione sui reali . . . . .                    | 21        |
| 2.3      | Definizione di campo . . . . .                                     | 23        |
| 2.4      | Proprietà dei campi . . . . .                                      | 25        |
| 2.5      | Sistemi lineari a coefficienti in un campo . . . . .               | 28        |
| 2.6      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .                         | 29        |
| 2.7      | Sunto . . . . .                                                    | 30        |
| 2.7.1    | Definizione di campo . . . . .                                     | 30        |
| 2.7.2    | Proprietà dei campi . . . . .                                      | 31        |
| 2.7.3    | Sistemi lineari a coefficienti in un campo . . . . .               | 31        |
| 2.8      | Esercizi . . . . .                                                 | 32        |
| 2.9      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                                 | 32        |
| <b>3</b> | <b>Spazi vettoriali a coefficienti in un campo</b>                 | <b>33</b> |
| 3.1      | Introduzione . . . . .                                             | 33        |
| 3.2      | Spazi vettoriali su un campo qualsiasi . . . . .                   | 33        |
| 3.3      | Esempi di spazi vettoriali . . . . .                               | 35        |
| 3.4      | Basi di Lagrange . . . . .                                         | 37        |
| 3.5      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .                         | 40        |
| 3.6      | Esercizi . . . . .                                                 | 40        |

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| 3.7      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                      | 41        |
| <b>4</b> | <b>Dimensione di uno spazio vettoriale</b>              | <b>43</b> |
| 4.1      | Introduzione . . . . .                                  | 43        |
| 4.2      | Vettori e matrici . . . . .                             | 43        |
| 4.3      | Dimensione . . . . .                                    | 46        |
| 4.4      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .              | 48        |
| 4.5      | Esercizi . . . . .                                      | 49        |
| 4.6      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                      | 49        |
| <b>5</b> | <b>Sottospazi vettoriali</b>                            | <b>51</b> |
| 5.1      | Introduzione . . . . .                                  | 51        |
| 5.2      | Sottospazi vettoriali . . . . .                         | 51        |
| 5.3      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .              | 53        |
| 5.4      | Esercizi . . . . .                                      | 55        |
| 5.5      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                      | 55        |
| <b>6</b> | <b>Intersezione e somma di sottospazi vettoriali</b>    | <b>57</b> |
| 6.1      | Introduzione . . . . .                                  | 57        |
| 6.2      | Intersezione e somma di sottospazi vettoriali . . . . . | 57        |
| 6.3      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .              | 60        |
| 6.4      | Esercizi . . . . .                                      | 60        |
| 6.5      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                      | 61        |
| <b>7</b> | <b>Somma diretta di sottospazi vettoriali</b>           | <b>63</b> |
| 7.1      | Introduzione . . . . .                                  | 63        |
| 7.2      | Somma diretta . . . . .                                 | 63        |
| 7.3      | Soluzione degli esercizi di base . . . . .              | 66        |
| 7.4      | Esercizi . . . . .                                      | 67        |
| 7.5      | Soluzione degli esercizi . . . . .                      | 67        |
| <b>8</b> | <b>Cambio di base</b>                                   | <b>69</b> |
| 8.1      | Introduzione . . . . .                                  | 69        |
| 8.2      | Cambio di base . . . . .                                | 69        |
| 8.3      | Soluzioni degli esercizi di base . . . . .              | 72        |
| 8.4      | Esercizi . . . . .                                      | 72        |
| 8.5      | Soluzioni degli esercizi . . . . .                      | 73        |
| <b>9</b> | <b>Funzioni</b>                                         | <b>75</b> |
| 9.1      | Introduzione . . . . .                                  | 75        |
| 9.2      | Richiami sulle funzioni . . . . .                       | 75        |
| 9.3      | Composizione di funzioni . . . . .                      | 77        |

|                                                  |            |
|--------------------------------------------------|------------|
| <i>INDICE</i>                                    | 123        |
| <b>10 Omomorfismi tra spazi vettoriali</b>       | <b>79</b>  |
| 10.1 Omomorfismi . . . . .                       | 79         |
| 10.2 Soluzioni degli esercizi di base . . . . .  | 81         |
| 10.3 Esercizi . . . . .                          | 81         |
| 10.4 Soluzioni esercizi . . . . .                | 81         |
| <b>11 Omomorfismi e matrici</b>                  | <b>83</b>  |
| 11.1 Introduzione . . . . .                      | 83         |
| 11.2 Omomorfismi e matrici . . . . .             | 83         |
| 11.3 Cambio di base . . . . .                    | 86         |
| 11.4 Composizione di omomorfismi . . . . .       | 88         |
| <b>12 Isomorfismi</b>                            | <b>91</b>  |
| 12.1 Introduzione . . . . .                      | 91         |
| 12.2 Isomorfismi tra spazi vettoriali . . . . .  | 91         |
| <b>13 Spazio degli omomorfismi</b>               | <b>93</b>  |
| 13.1 Introduzione . . . . .                      | 93         |
| 13.2 Spazio degli omomorfismi . . . . .          | 93         |
| 13.3 Esercizi . . . . .                          | 94         |
| 13.4 Soluzioni degli esercizi di base . . . . .  | 95         |
| 13.5 Soluzioni degli esercizi . . . . .          | 96         |
| <b>14 Endomorfismi tra spazi vettoriali</b>      | <b>99</b>  |
| 14.1 Introduzione . . . . .                      | 99         |
| 14.2 Endomorfismi . . . . .                      | 99         |
| 14.3 Matrici simili . . . . .                    | 100        |
| 14.4 Soluzioni degli esercizi di base . . . . .  | 101        |
| 14.5 Esercizi . . . . .                          | 101        |
| 14.6 Soluzioni degli esercizi . . . . .          | 101        |
| <b>15 Matrici a blocchi</b>                      | <b>103</b> |
| 15.1 Introduzione . . . . .                      | 103        |
| 15.2 Matrici a blocchi . . . . .                 | 103        |
| 15.3 Soluzioni degli esercizi di base . . . . .  | 106        |
| 15.4 Esercizi . . . . .                          | 106        |
| 15.5 Soluzioni degli esercizi . . . . .          | 106        |
| <b>16 Diagonalizzabilità di endomorfismi</b>     | <b>107</b> |
| 16.1 Introduzione . . . . .                      | 107        |
| 16.2 Diagonalizzazione di endomorfismi . . . . . | 107        |
| 16.3 Soluzioni degli esercizi di base . . . . .  | 109        |
| 16.4 Esercizi . . . . .                          | 110        |
| 16.5 Soluzioni degli esercizi . . . . .          | 110        |

|                                                 |            |
|-------------------------------------------------|------------|
| <b>17 Matrici jordanizzabili</b>                | <b>113</b> |
| 17.1 Introduzione . . . . .                     | 113        |
| 17.2 Matrici di Jordan . . . . .                | 113        |
| 17.3 Esempi di jordanizzazione . . . . .        | 116        |
| 17.4 Soluzioni degli esercizi di base . . . . . | 118        |
| 17.5 Esercizi . . . . .                         | 118        |
| 17.6 Soluzioni degli esercizi . . . . .         | 119        |