

GEOMETRIA E ALGEBRA
LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA GESTIONALE

Fac simile d'esame

Tempo assegnato: 2 ore.

PRIMO ESERCIZIO [7 punti] Sia $A = (a_{ij}) \in M(\mathbb{R}, 100, 100)$ una matrice tale che, per ogni $i = 2, \dots, 100$ e $j = 1, \dots, 100$, si abbia $a_{ij} = ia_{1j}$

1. Verificare se A è simmetrica.
2. Calcolare il rango di A .

SECONDO ESERCIZIO [7 punti] Il numero 65537 è primo.

1. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$[33000]_{65537}x = [0]_{65537}$$

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$[65530]_{65537}x = [7]_{65537}$$

TERZO ESERCIZIO [8 punti] Si considerino i seguenti sottoinsiemi di $M(\mathbb{R}, 2, 2)$:

$$V = \{A = (a_{ij}) \mid a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = 4\}$$

$$W = \{A = (a_{ij}) \mid a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = 0\}$$

1. Verificare se V è un sottospazio vettoriale di $M(\mathbb{R}, 2, 2)$. In caso affermativo determinarne una base e un sottospazio vettoriale ad esso supplementare.
2. Verificare se W è un sottospazio vettoriale di $M(\mathbb{R}, 2, 2)$. In caso affermativo determinarne una base e un sottospazio vettoriale ad esso supplementare.

QUARTO ESERCIZIO [8 punti] Sia

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

- Determinare una matrice B di Jordan e una matrice M invertibile tale che $B = M^{-1}AM$.
- Determinare, se esiste, una matrice N , diversa da M , tale che $B = N^{-1}AN$.