

**GEOMETRIA E ALGEBRA**  
**LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA GESTIONALE**

**Secondo fac simile d'esame**

Tempo assegnato: 2 ore.

**PRIMO ESERCIZIO [8 punti]** Fissato un intero positivo  $n$ , sia  $A = (a_{ij})$

la matrice di ordine  $n$  definita da:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j = n + 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Verificare la verità o falsità della seguente affermazione: la matrice  $A$  equivalente per riga alla matrice identica.
2. Calcolare il determinante di  $A$  nel caso di  $n = 100$ .
3. Calcolare il determinante di  $A$  per ogni  $n$ .

**SECONDO ESERCIZIO [8 punti]**

Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema a coefficienti nel campo  $\mathbb{Z}_3$ :

$$\begin{cases} [331]_3 x + [-1502]_3 y = -[32]_3 \\ [362]_3 x + [-32]_3 y = [333333]_3 \end{cases}$$

**TERZO ESERCIZIO [8 punti]** Sia  $A$  una matrice di ordine  $n$  formata da un blocco  $A_1$  di ordine  $n_1$ , un blocco  $A_2$  di ordine  $n_2$ .

1. Dimostrare che, se la matrice  $A$  è invertibile, allora anche le matrici  $A_1$  e  $A_2$  sono invertibili.
2. Dimostrare che se  $A$  invertibile, allora  $A^{-1}$  una matrice formata da due blocchi. Determinare tali blocchi.

**QUARTO ESERCIZIO [6 punti]** Verificare se le seguenti due matrici sono simili.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$