

GEOMETRIA E ALGEBRA
LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA GESTIONALE
Prova scritta del 18 marzo 2008

Tempo assegnato: 2 ore.

PRIMO ESERCIZIO [7 punti] Sia $A = (a_{ij}) \in M(\mathbb{R}, 50, 50)$ con

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i + j = 51 \text{ e } i \text{ è dispari} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Calcolare il rango di A .

SECONDO ESERCIZIO [8 punti] Si determinino esplicitamente tutte le soluzioni del seguente sistema di equazioni lineari a coefficienti nel campo Z_{257} (il numero 257 è infatti primo):

$$\begin{cases} [128]_{257} x + [3]_{257} y = [50]_{257} \\ -x + [6]_{257} y = -[157]_{257} \end{cases}$$

Quante sono le soluzioni del sistema?

TERZO ESERCIZIO [7 punti] Sia A una matrice di ordine 75 formata da un primo blocco A_1 di ordine 50 e un secondo blocco A_2 di ordine 25. Sia poi B una matrice di ordine 75 formata da un primo blocco B_1 di ordine 50 e un secondo blocco B_2 di ordine 25.

Dimostrare la verità o falsità della seguente affermazione: se, per $i = 1, 2$, si ha che A_i è simile a B_i allora A è simile a B .

QUARTO ESERCIZIO [8 punti] Sia data la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Determinare una matrice di Jordan J e una matrice invertibile M tali che $J = M^{-1}AM$
2. Determinare, se esiste, una matrice di Jordan, diversa dalla matrice J , simile alla matrice A .