

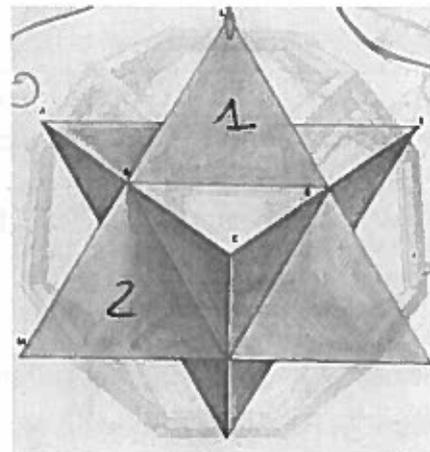
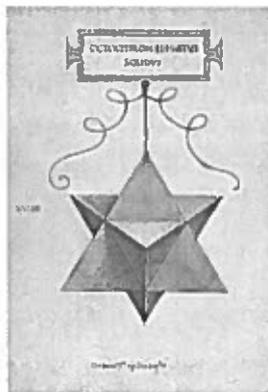
Scheda 15.

Ottaedro elevato

Data: 26/4/2018 Classe: DID. NAT Gruppo: 4

Studenti:

- 1) DEBORA BATTAGLIA 2) MARIAVITTORIA GIAROLI DE CARLI  
3) DARIO CINI 4) RICCARDO RILEI 5) ILARIA TIMODEI



Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un ottaedro elevato. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

- a) Descrivete come si può ottenere l'ottaedro elevato dall'ottaedro in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto un ottaedro, sia in grado di capire come è fatto l'ottaedro elevato.

L'ottaedro elevato si ottiene posizionando su ogni faccia dell'ottaedro un tetraedro la cui base coincida con la faccia dell'ottaedro. Per convincerci di questa idea ci siamo serviti del modello dell'ottaedro fatto con il polydron -

- b) I vertici A, B, C, D, E, F (nascosto) sono complanari? I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? Giustificate esaurientemente le risposte.

Le opinioni sono state varie, alcuni pensavano che non fossero realmente allineati e che il disegno fuorviaste, mentre altri, proprio grazie al disegno, erano convinti dell'allineamento (per simmetria del disegno). Grazie all'uso del modello reale dell'ottaedro, scomponendolo e ricomponendolo formando i tetraedri 1 e 2 (vedi figura) ci siamo convinti

ti tutti dell'allineamento dei punti richiesti. (\*)  
 Guardando ora solo le immagini, le perplessità persistono, ma dopo un'accurata analisi si è convinti.



(\*) e delle complementarità dei punti A, B, C, D, E, F.

- c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di ottaedro elevato?  
 Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Abbiamo bisogno di 24 tessere a forma di triangoli equilateri. Numero e forma li abbiamo dedotti dalle figure, contando 3 facce per ogni piramide (8 piramidi totali, una per ogni faccia dell'ottaedro).

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un ottaedro elevato.

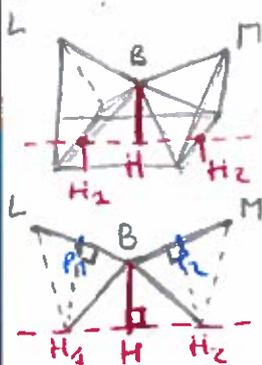
- d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Guardando il modello reale e i disegni di Leonardo, nulla è stato inaspettato.

Non modificheremmo nessuna delle nostre risposte, anzi, ci siamo completamente convinti di quanto detto al punto b).

Dimostrazione dell'allineamento dei punti L, B, M:

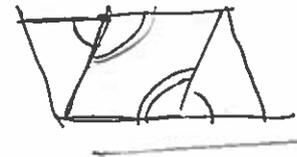
Consideriamo la seguente figura:



Per ragioni di simmetria, il piano che passa per L, B, M contiene l'asse di simmetria del quadrato (---)

Consideriamo quindi un'altra figura: questa è la sezione del solido sopra data dal taglio con il piano passante per LBM. Chiamiamo  $P_1, P_2$  i punti medi di LB e BM.  $BP_1H$  è retto e per simmetria lo è pure  $MP_2H_2$  (per proprietà del tetraedro). Si mostra con il th. di Pitagore che:  $H_1H = BP_1$  e  $BH = P_1H_1$  quindi  $BP_1H_1H$  è un rettangolo. Per simmetria  $P_2BH_2$  è un rettangolo. Quindi L, B, M stanno su una retta parallela a  $H_1H_2$ . □

Per dimostrare la complementarità di A, B, C, D, E, F basta considerare la tetta passante per ABC e quella per BDE che giacciono sullo stesso piano (passante quindi per A, C, E), quindi il segmento AE sta sullo stesso piano; F ∈ AE, quindi ABCDEF sono complementari. □



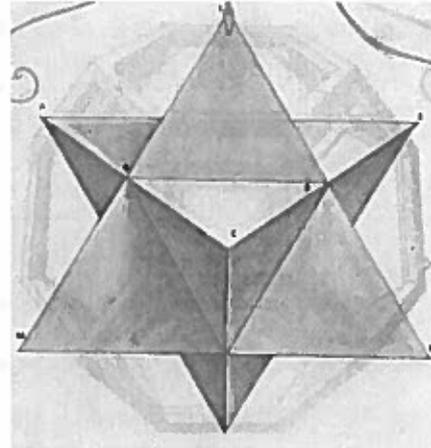
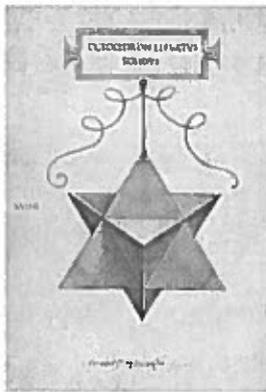
Scheda 15.

Ottaedro elevato

Data: 26/4/2018 Classe: DIDMAT Gruppo: 2

Studenti:

- 1) PIETRO MESCHINI 2) PIETRO FEOLA NISETTO  
3) PAOLO PICCINO 4) NOEMI BONIZIO 5) Elisabeth Buj Reitze  
6) ELONORA FOIS



Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un ottaedro elevato. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

- a) Descrivete come si può ottenere l'ottaedro elevato dall'ottaedro in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto un ottaedro, sia in grado di capire come è fatto l'ottaedro elevato.

Costruendo su ciascuna faccia dell'ottaedro un tetraedro regolare.

- b) I vertici A, B, C, D, E, F (nascosto) sono complanari? I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? Giustificate esaurientemente le risposte.

~~Si perché ogni tetraedro è formato~~  
OSSERVANDO LA FIGURA ABBIAMO SUPPOSTO CHE I PUNTI SIANO ~~REG~~ COMPLANARI PER LE PROPRIETÀ DEGLI ANGOLI INTERNI DI OGNI TRIANGOLO EQUILATERO, NONOSTANTE CI RISULTI COMPLICATO DIMOSTRARLO FORMALMENTE



- c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di ottaedro elevato?  
Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

ABBIAMO BISOGNO DI 24 TESSERE TRIANGOLARI EQUIL.,  
TRE PER OGNI TETRAEDRO REGOLARE AGGIUNTO AD OGNI  
FACCIA DELL'OTTAEDRO

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un ottaedro elevato.

- d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

COME PRECEDENTEMENTE NOTATO LA FIGURA E' FORMATA  
DALL'UNIONE DI  
~~DA~~ DUE TETRAEDRI UGUALI IN MODO TALE CHE  
IL TAGLIO AVVENGA A METÀ DEGLI SPIGOLI.  
DALLA FIGURA LE CONGETTURE PROPOSTE RISULTANO  
PIÙ CONVINCENTI.  
PER DIMOSTRARE IL PUNTO A) ABBIAMO INIZIATO COL  
DIMOSTRARE COME UN TETRAEDRO REGOLARE TA  
GLIATO DA 4 PIANI PARALLELI AD OGNI FACCIA E  
PASSANTI PER I PUNTI MEDI DEGLI SPIGOLI, ~~SI~~ SI  
UN OTTAEDRO, INFATTI SI OTTENGONO 8 FACCE TRIAN  
GOLARI, DOVE OGNI SPIGOLO E' UGUALE AD ~~UN~~ UN ALTRO.  
QUINDI PER COSTRUZIONE ATTACCANDO ~~ALLE FACCE~~ <sup>UGUALI</sup>  
ALLE FACCE TAGLIATE DEI TETRAEDRI ~~SI~~ OTTENGONO  
DUE TETRAEDRI PIÙ GRANDI DOVE LA LORO INTER  
SEZIONE E' L'OTTAEDRO.

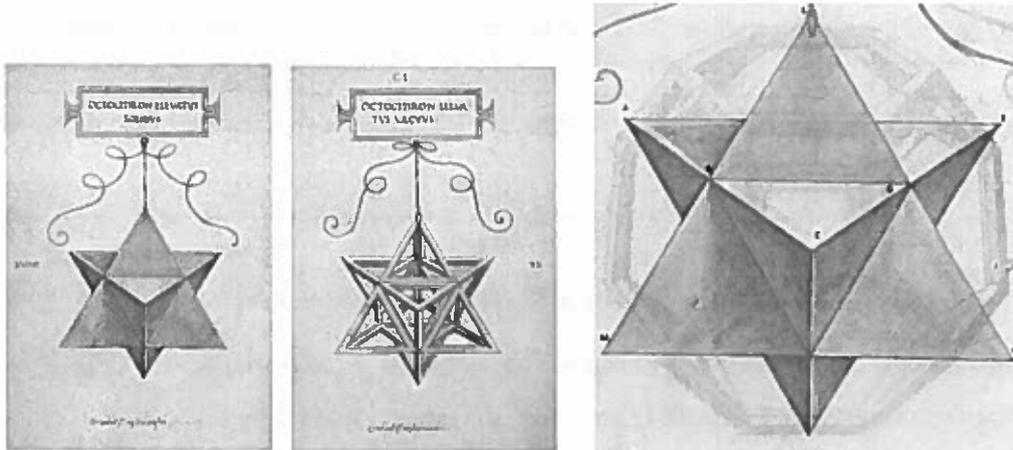
Scheda 15.

Ottaedro elevato

Data: 26/11/2018 Classe: 3D MAT Gruppo: 3

Studenti:

1) VALENTINA MOCCI 2) ROBERTA ROBBARO  
3) CLAUDIA NATI 4) GIULIA CATAUNI 5)



Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un ottaedro elevato. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

- a) Descrivete come si può ottenere l'ottaedro elevato dall'ottaedro in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto un ottaedro, sia in grado di capire come è fatto l'ottaedro elevato.

L'ottaedro elevato si forma aggiungendo 8 tetraedri regolari con base le facce dell'ottaedro di partenza.

- b) I vertici A, B, C, D, E, F (nascosto) sono complanari? I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? Giustificate esaurientemente le risposte.

Dalla figura pensavamo che i vertici A, B, C, D, E, F fossero complanari, ma ragionando e aiutandoci con il modello reale dell'ottaedro abbiamo capito che non lo sono.  
I vertici L, B, N dalla figura sembrano allineati, anche lavorando con il modello reale ci sembrano allineati poiché nel vertice B conosciamo  $\approx$  angoli di  $60^\circ$  quindi la somma è  $180^\circ$ . Stesso ragionamento per simmetria lo facciamo con i vertici L, D, N

Ragionando solo con la figura i vertici A, B, C, D, E, F ci sembrano complanari in quanto, per il ragionamento eppure fatto, A, B, C sono allineati, C, D, E sono allineati e E, F, A sono allineati quindi tutti e 6 i vertici sono complanari.

- c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di ottaedro elevato?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Abbiamo bisogno di 24 tessere e forme di triangolo equilatero, poiché sono otto tetraedri con base nelle 8 facce dell'ottaedro

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un ottaedro elevato.

- d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Il modello reale somiglia molto alle tavole di Leonardo, soprattutto lo scheletro.  
Ci siamo rese conto che le risposte a) e b) sono giuste perché rispecchiano effettivamente il modello reale.  
Tra tutti i modelli che abbiamo costruiti è quello che ci piace di più soprattutto perché riusciamo a vederlo anche nella vita reale

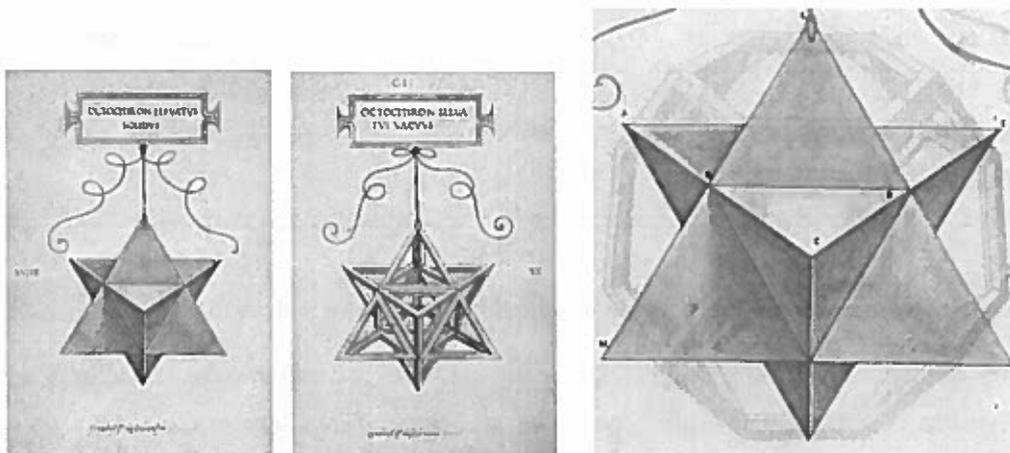
Scheda 15.

Ottaedro elevato

Data: 26/04/2018 Classe: \_\_\_\_\_ Gruppo: L4

Studenti:

1) AULESSO CHIARA 2) CAROBIANCHI ANGELA  
3) D'ANGELO PIETRO 4) \_\_\_\_\_ 5) \_\_\_\_\_



Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un ottaedro elevato. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

- a) Descrivete come si può ottenere l'ottaedro elevato dall'ottaedro in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto un ottaedro, sia in grado di capire come è fatto l'ottaedro elevato.

L'OTTAEDRO ELEVATO È OTTENUTO AGGIUNGENDO SU OGNI FACCEA UN TETRAEDRO REGOLARE

- b) I vertici A, B, C, D, E, F (nascosto) sono complanari? I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? Giustificate esaurientemente le risposte.

NON SONO COMPLANARI (ALTRIMENTI I TETRAEDRI ~~NON~~ AGGIUNTI NON POTREBBERO ESSERE COMPLANARI). PER LO STESSO MOTIVO I VERTICI L, B, M E L, D, N NON SONO ALLINEATI, SIAMO GIUNTI A QUESTE CONCLUSIONI OSSERVANDO IL MODELLO ~~REALE~~ DI LEONARDO E CERCANDO DI RICOSTRUIRE LE SITUAZIONI NEL MODELLO REALE. →

DALLE IMMAGINI DI LEONARDO I PUNTI SEMBRANO COLPLANARI MA RITENIAMO NON POSSANO ESSERLO PER QUANTO SCRITTO PRIMA.

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di ottaedro elevato?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

CI SERVONO 24 TESSERE TRIANGOLARI (TRIANGOLI EQUILATERI). CI SERVONO INFATTI TRE TESSERE PER OGNI TETRAEDRO (E CI SONO 8 TETRAEDRI).

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un ottaedro elevato.

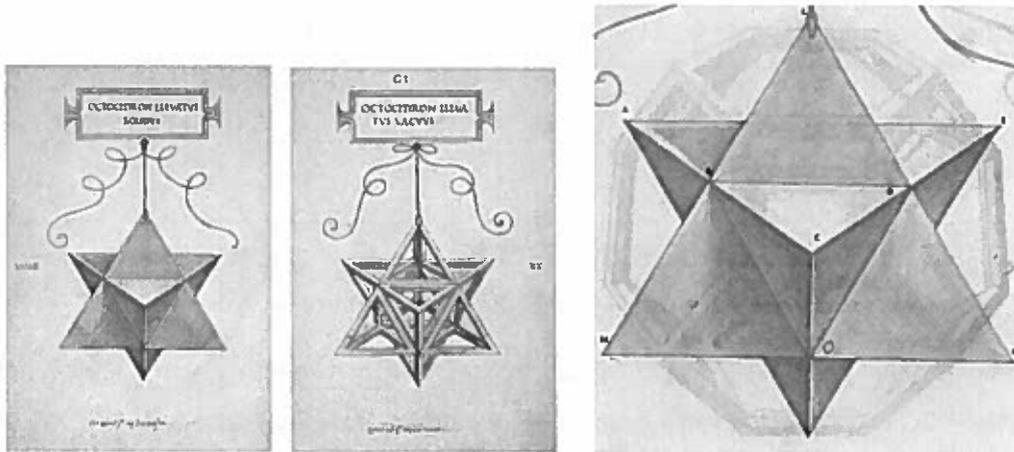
d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

DAL MODELLO COSTRUITO ~~PRODOTTO~~ SEMBRA CHE I PUNTI PROPOSTI NELLA DOMANDA b) SIANO COLPLANARI (A, B, G, D, E, F) E ALLINEATI (L, B, M) E (L, D, N). CI SIAMO CONVINTI DI CIÒ A PARTIRE DALLA COSTRUZIONE DEL MODELLO.

Scheda 15.

Ottaedro elevato

Data: 26/06/18 Classe: DD 17 Gruppo: ATTEMPTI + A  
 Studenti:  
 1) RICIAMONTI MANUELA 2) CARLA COSIMELLI  
 3) FABIO DIAMORCE 4) MARCO LAVALLE 5) \_\_\_\_\_



Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un ottaedro elevato. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

- a) Descrivete come si può ottenere l'ottaedro elevato dall'ottaedro in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto un ottaedro, sia in grado di capire come è fatto l'ottaedro elevato.

Partendo da un ottaedro regolare, su ogni faccia poniamo un tetraedro regolare con la base coincidente alle facce.

- b) I vertici A, B, C, D, E, F (nascosto) sono complanari? I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? Giustificate esaurientemente le risposte.

Dal modello reale di ottaedro non abbiamo avuto informazioni:

Dalle tavole sembra che la figura sia composta da 2 tetraedri regolari di spigolo  $\overline{AC}$  incontrati in modo tale che il punto medio di ciascuno spigolo intersechi il punto medio di uno spigolo dell'altro tetraedro. Per costruzione i punti A, B, C, D, E, F appartengono a una stessa faccia del tetraedro grande. I punti L, B, M sono punti di uno spigolo della faccia LMN del tetraedro grande. Stesso discorso per L, D, N. Dimostrando le proprietà gli otto tetraedri piccoli otteniamo un ottaedro regolare.

Consideriamo il triangolo  $L\hat{M}N$ .  $B$  è punto medio di  $LN$ ,  $D$  di  $LN$  e  $O$  di  $MN$ . Per il teorema di Talete il triangolo ottenuto unendo  $BDO$  è equilatero. In ogni punto medio dello

Liceo Matematico - Liceo Nomentano - Dalle immagini ai modelli

spigolo del tetraedro grande concorrono 4 triangoli equilateri

una volta effettuati i tagli. I punti di intersezione tra i 2 tetraedri grandi sono 6 e quindi i vertici del solido ottenuto sono 6 in ognuno dei quali concorrono 4 triangoli equilateri  $\Rightarrow (3,3,3,3)$

Quindi è un ottaedro regolare.

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di ottaedro elevato?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

24 tessere. Triangoli equilateri verdi e formato da 8 tetraedri regolari senza la base.

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un ottaedro elevato.

d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Abbiamo difficoltà nel costruirlo, però corrisponde a quello che avevamo immaginato.

Poggiando il poliedro su un piano risulta difficile immaginare le 2 parti dello stesso solido e quindi dire come si ottiene.