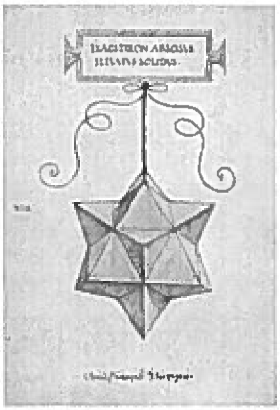
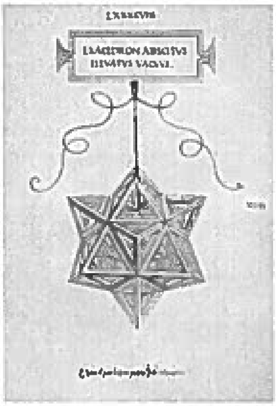
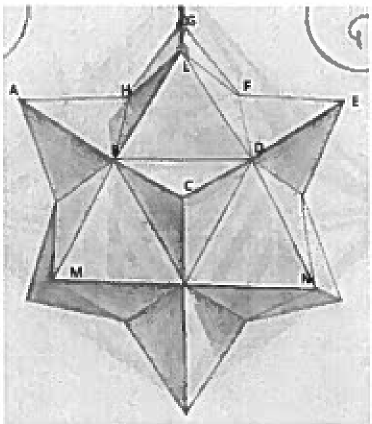
Scheda 19.

Cubo tronco elevato.

Data: 3/5/18 Classe: MD. MAT Gruppo: 1
Studenti:
1) DARIO CINI 2) MARIAVITTORIA GIAROLI DE CARLI
3) RICCARDO RIETI 4) ILARIA TIMODEI 5) ______







Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un *cubo tronco elevato*. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

a) Descrivete come si può ottenere il *cubo troncato elevato* dal *cubo tronco* in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto il *cubo tronco*, sia in grado di capire come è fatto il *cubo tronco elevato*.

Per ottenere il cubo troncato elevato poniamo dei tetraedri regolari sulle facce triangolari del cubo tronco e delle piramidi sulle facce quadrate. I triangoli ~~a~~ che compongono la superficie laterale delle piramidi sono equilateri.

b) I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? I vertici L, B, M, N, D sono complanari? Giustificate esaurientemente le risposte.

L, B, M sono allineati, come lo sono L, D, N. Chiamiamo O il centro del solido. Detto l il lato del cubo tronco, per il teorema di Pitagora, risulta che $\overline{OL} = 2\frac{l}{\sqrt{2}} = \overline{OM}$, si ha quindi $\overline{LM} = 2l$ e per la disuguaglianza triangolare, B è allineato con L e M. Lo stesso ragionamento è applicabile a L, D, N. Poiché esiste sempre un piano che contiene 2 rette incidenti, L, B, M, N, D sono complanari.

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di *cubo tronco elevato*?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Abbiamo bisogno di 48 tessere di polydron perchè: 3 tessere triangolari per i tetraedri e 4 per le piramidi. Dal momento che le facce triangolari sono 8, abbiamo 3×8 = 24 tessere e 6 facce quadrate, cioè 4×6 = 24. 24+24 = 48.

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un *cubo tronco elevato*.

d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

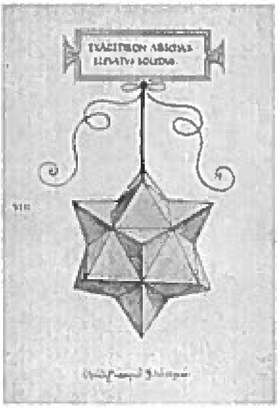
Quello che non ci aspettavamo è che le piramidi formassero un ottaedro e che i vertici dei tetraedri non fossero allineati (cioè A, B, C).
Anche con il modello reale daremmo le stesse risposte.

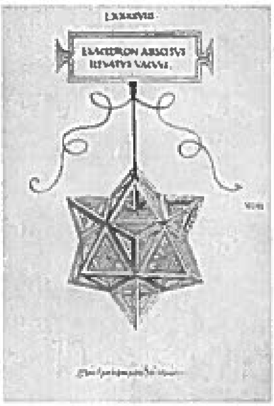
Liceo Matematico - Liceo Nomentano – Dalle immagini ai modelli

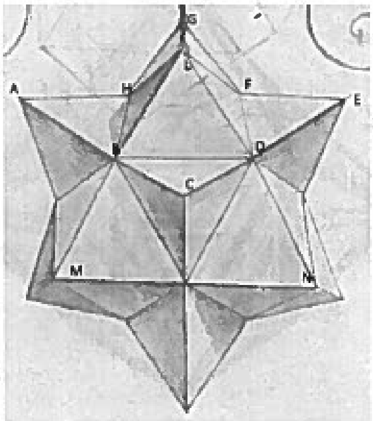
Scheda 19.

Cubo tronco elevato.

Data: 3-5-18 Classe: DIDMAT Gruppo: 2
Studenti:
1) FEOLA NISETTO PIETRO 2) PIETRO MESCHINI
3) FOIS ELEONORA 4) BONIZIO NOEMI 5) FRANCESCA BUSCEMI







Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un *cubo tronco elevato*. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

a) Descrivete come si può ottenere il *cubo troncato elevato* dal *cubo tronco* in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto il *cubo tronco*, sia in grado di capire come è fatto il *cubo tronco elevato*.

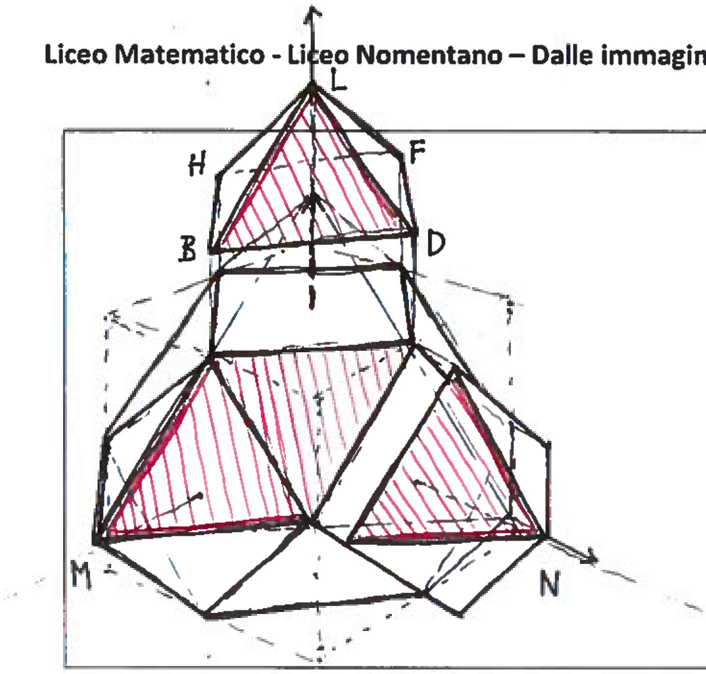
Dato un cubo tronco, costruiamo su ciascuna delle sue facce una piramide con facce uguali, ovvero:
- per ognuna delle 6 facce quadrate costruiamo una piramide a base quadrata usando 4 triangoli equilateri
- per ognuna delle 8 facce triangolari [...] 3 triangoli equilateri.

ottenendo un poliedro con 48 facce uguali.

b) I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? I vertici L, B, M, N, D sono complanari? Giustificate esaurientemente le risposte.

SI A TUTTE E 3 LE D

Sí, per costruzione: consideriamo il cubo tronco ottenuto da un ottaedro regolare tagliato con 6 piani passanti per i punti medi degli spigoli. Dai tagli otteniamo le facce quadrate del cubo tronco, ed asportiamo 6 piramidi a base quadrata con facce triangolari equilatere (per similitudine con facce originali dell'ottaedro). Le 6 piramidi sono simili a HBDFL, e alle altre due con vertice in M ed N. Quindi i punti LBM e LDN giacevano su due spigoli della stessa faccia di un ottaedro.



c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di *cubo tronco elevato*?
Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

48 = 3×8 + 4×6 triangoli equilateri
△ □

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un *cubo tronco elevato.*

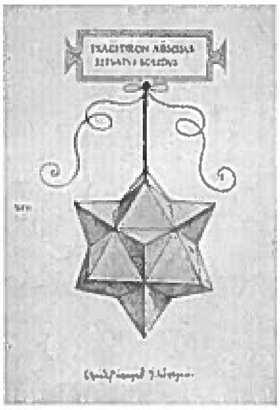
d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

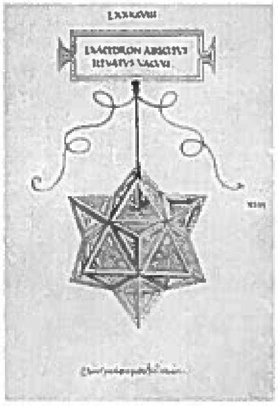
Confrontando il modello reale con le tavole, risulta più evidente la figura dell'ottaedro e nient'altro.

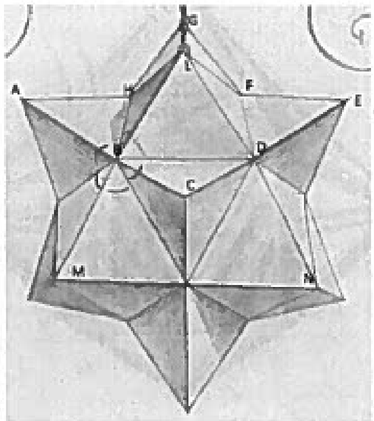
Scheda 19.

Cubo tronco elevato.

Data: 3/05/18 Classe: DID MAT Gruppo: 3
Studenti:
1) VALENTINA ROCCI 2) ROBERTA ROBIBARO
3) ______ 4) ______ 5) ______







Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un *cubo tronco elevato*. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

a) Descrivete come si può ottenere il *cubo troncato elevato* dal *cubo tronco* in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto il *cubo tronco*, sia in grado di capire come è fatto il *cubo tronco elevato*.

Si aggiungono 8 Tetraedri regolari che hanno per base le 8 facce Triangolari del cubo Tronco. Fatto questo si aggiungono 6 Piramidi a base quadrata che coincide con le 6 facce quadrate del cubo Tronco.

b) I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? I vertici L, B, M, N, D sono complanari? Giustificate esaurientemente le risposte.

I vertici L, B, M sono allineati in quanto l'angolo LBM e' di 180° essendo somma di tre angoli di 60°. Per lo stesso ragionamento i vertici L, D, N sono allineati.
I vertici L, B, M, N, D sono complanari perche' L, B, M sono allineati e L, D, N sono allineati.

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di *cubo tronco elevato*?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Ci serviono 48 tessere perche' 24 tessere le usiamo per costruire i tetraedri e 24 per costruire le piramidi. Le tessere devono essere dei triangoli equilateri.

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un *cubo tronco elevato.*

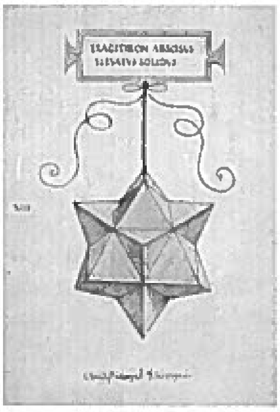
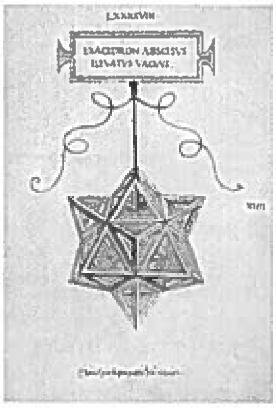
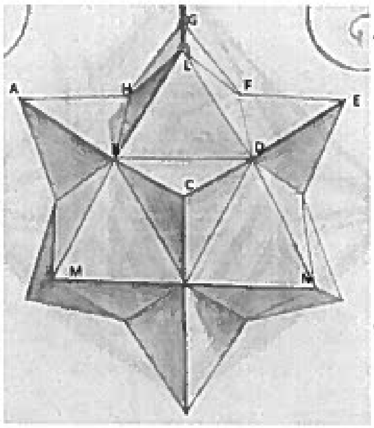
d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo non abbiamo notato differenze.
Le risposte a) e b) date precedentemente ci sembrano corrette quindi abbiamo deciso di non modificarle.

Scheda 19.

Cubo tronco elevato.

Data: 3/05/2018 Classe: DIDMAT Gruppo: 4
Studenti:
1) CHIARA AVENOSO 2) ANGELA CAROBIANCHI
3) PIETRO D'ANGELO 4) ____ 5) ____

Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un *cubo tronco elevato*. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

a) Descrivete come si può ottenere il *cubo troncato elevato* dal *cubo tronco* in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto il *cubo tronco*, sia in grado di capire come è fatto il *cubo tronco elevato*.

Su ogni faccia quadrata del cubo tronco costruiamo una piramide (ovviamente a base quadrata) mentre su ogni faccia triangolare costruiamo un tetraedro regolare.

b) I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? I vertici L, B, M, N, D sono complanari? Giustificate esaurientemente le risposte.

I vertici L, B, M sono allineati (così come L, D, N): siamo arrivati a questa conclusione basandoci sulle figure e smontando il modello di cubo tronco che avevamo a disposizione.

I vertici L, B, M, N, D sono complanari perché rappresentano la faccia di un tetraedro.

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di *cubo tronco elevato*?

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Abbiamo 8 facce triangolari e 6 facce quadrate: quindi ci servono 3 tessere per ogni faccia triangolare (per costruire il tetraedro) e 4 per ogni faccia quadrata (per costruire la piramide). Dunque in totale $3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 = 48$.

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un *cubo tronco elevato*.

d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Dopo aver costruito il modello ci siamo accorti che i vertici L, B, M, N, D rappresentano in realtà i vertici di una piramide e non di un tetraedro.

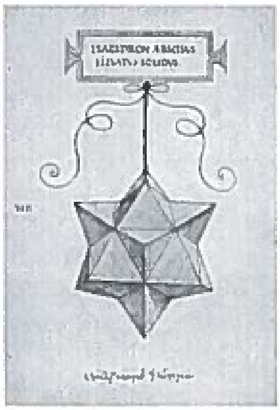
Anche osservando il modello reale i vertici della domanda b) ci appaiono allineati o complanari.

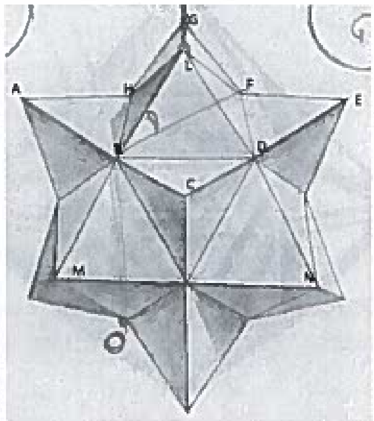
Infine osservando il modello abbiamo notato che il cubo tronco elevato si può ottenere considerando due piramidi uguali a base quadrata (poggiate sulla faccia quadrata dell'altra); su ogni faccia triangolare di queste piramidi consideriamo il punto medio di ogni lato, individuando così un triangolo equilatero, e costruiamo un tetraedro avente le facce uguali a tale triangolo appena individuato.

Scheda 19.

Cubo tronco elevato.

Data: 3/05/18 Classe: DDM Gruppo: GLI ATTERRATI + 1
Studenti:
1) MANUELA ZECAMONTI 2) MARCO LA VALLE
3) CARLA COSIMATI 4) FABIO DIAMORE 5)





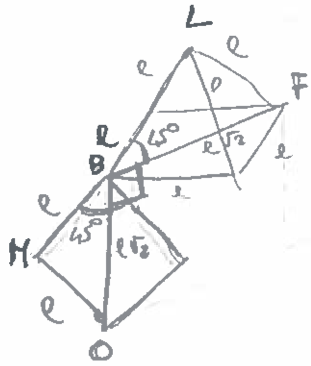
Osservate queste tre immagini. Esse rappresentano un *cubo tronco elevato*. Nella terza figura, che è un particolare della prima, abbiamo dato i nomi ad alcuni vertici.

a) Descrivete come si può ottenere il *cubo troncato elevato* dal *cubo tronco* in modo dettagliato e preciso affinché anche chi non ha a disposizione le immagini di cui sopra, ma ben sa come è fatto il *cubo tronco*, sia in grado di capire come è fatto il *cubo tronco elevato*.

Si aggiungono 6 piramidi a base quadrata sulle facce facce quadrate del cubo tronco e 8 tetraedri regolari sulle facce triangolari del cubo tronco. Gli spigoli sono tutti uguali allo spigolo del cubo tronco.

b) I vertici L, B, M sono allineati? I vertici L, D, N sono allineati? I vertici L, B, M, N, D sono complanari? Giustificate esaurientemente le risposte.

BL è il lato della piramide a base quadrata (BDFH) e BM è il lato della piramide che sta nella faccia del cubo tronco perpendicolare a BDFH. Sezioniamo il cubo tronco elevato con un piano passante per le diagonali dei 2 quadrati (basi delle piramidi considerate). L'angolo $L\hat{B}F$ è 45° perché la piramide è regolare. Stessa cosa per l'altra piramide ⇒ la somma degli angoli interni a B è un angolo piatto. L,D,N sono allineati per lo stesso motivo. L, B, M, N, D sono complanari perché L, B, M sono allineati, L, D, N sono allineati. Le rette per L, B, M e L, D, N incidono in L ⇒ 2 rette incidenti individuano un piano.



$M\hat{B}O = 45°$

$O\hat{B}F = 90°$

$F\hat{B}L = 45°$

$\Rightarrow M\hat{B}L = 180°$

c) Di quante tessere di Polydron avete bisogno per costruire un modello di *cubo tronco elevato*? 48

Di quali tipi devono essere le tessere? Quante tessere per ogni tipo? Giustificate le risposte.

Ci sono 8 tetraedri, per ogni tetraedro servono 3 triangoli equilateri → 3×8 = 24

Ci sono 6 piramidi, per ogni piramide servono 4 triangoli equilateri → 6×4 = 24. Ci servono 48 triangoli equilateri.

Costruite con le tessere che vi abbiamo dato un modello di un *cubo tronco elevato*.

d) Confrontando il modello reale del poliedro con le tavole di Leonardo, avete notato qualcosa di inaspettato? Ora che avete il modello reale modifichereste qualcuna delle risposte a), b) che avete dato prima della sua costruzione?

Osservando il modello reale abbiamo notato che le piramidi a base quadrata formano un ottaedro regolare. Su ognuna delle facce dell'ottaedro c'è un tetraedro regolare con i vertici della base nei punti medi degli spigoli delle faccia dell'ottaedro. Possiamo dire quindi che si può costruire a partire dall'ottaedro.

Non modificheremo la risposta a e b.