DALLE IMMAGINI AI MODELLI

Risposte attese

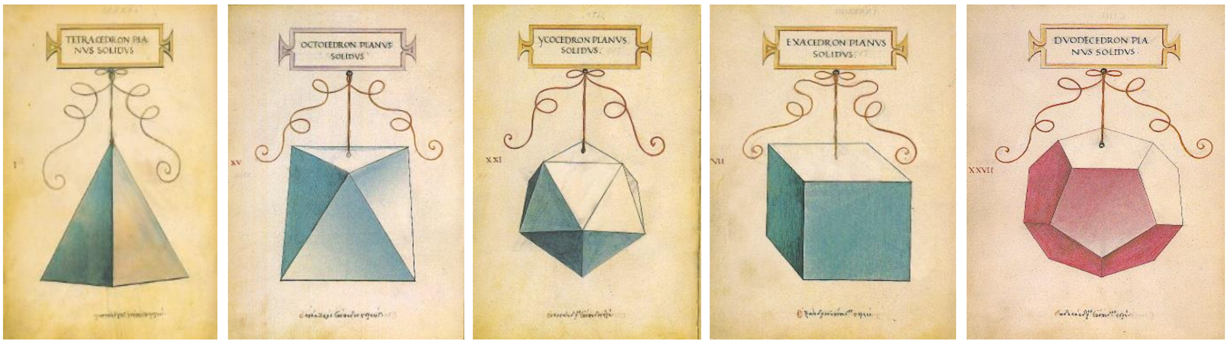
Scheda 5.02 – Poliedri regolari. Approfondimento

Ricordiamo cosa abbiamo visto.

DEFINIZIONE. Un poliedro si dice **poliedro regolare** se:

1) ha come facce poligoni regolari
2) tutte le facce sono uguali.
3) in ogni vertice concorre lo stesso numero di facce (e quindi di spigoli)

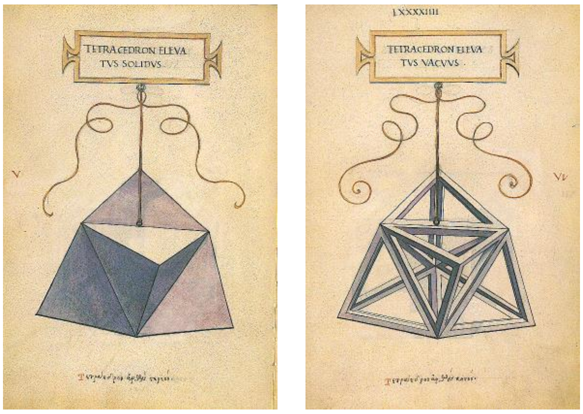
TEOREMA. I poliedri regolari sono cinque: i poliedri platonici.

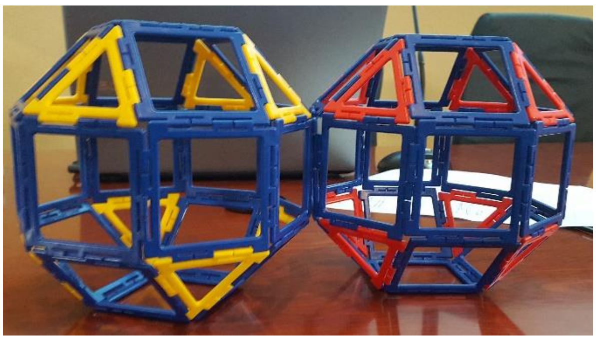


DIMOSTRAZIONE.

…

Oltre ai poliedri platonici abbiamo poi visto anche i seguenti poliedri





Tetraedro elevato **Poliedri 3-4-4-4**

Visto tutto ciò, cambiereste qualcosa nel teorema che i poliedri regolari sono cinque? Nella definizione? Nell'enunciato del teorema? Nella dimostrazione?

Osserviamo il tetraedro elevato.

Tutte le sue facce sono triangoli equilateri.

Non è però un poliedro regolare dal momento che in alcuni vertici concorrono 3 triangoli e in altri 6.

Proprio il fatto che vi siano angoli in cui concorrono 6 triangoli equilateri ci fa capire che la dimostrazione vista sopra ha un "buco". Nella dimostrazione che non esistono poliedri nei cui vertici concorrono 6 o più triangoli equilateri abbiamo implicitamente dato per scontato che i poliedri siano convessi. Dobbiamo quindi mettere come ulteriore condizione che i poliedri siano convessi.
Abbiamo poi visto che vi sono due poliedri differenti di tipo (3,4,4,4).
Ciò ci fa capire che, a priori, non c'è un solo poliedro di un dato tipo. E quindi ci rendiamo conto che nella dimostrazione precedente dobbiamo dimostrare, per esempio, che di poliedri di tipo (3,3,3) c'è solo il tetraedro.
E analogamente per i poliedri di tipo (3,3,3,3), (3,3,3,3,3), (4,4,4) e (5,5,5).

Osservazione.

Il punto cruciale sta nel fatto che il tetraedro elevato e i due poliedri di tipo (3,4,4,4) non sono poliedri regolari. E quindi non costituiscono controesempi al teorema di cui sopra.
Ma, nonostante ciò, questi due esempi ci fanno capire che il teorema di cui sopra e la sua dimostrazione necessitano di approfondimenti.

Necessità di una lezione "concertata"

Non riteniamo che gli studenti siano in grado di fare autonomamente queste osservazioni.
Anche in questo caso conviene quindi svolgere una "lezione concertata" in cui il docente pian piano porta gli studenti a capire quali sono i punti delicati della dimostrazione.
La dimostrazione che esiste un solo poliedro di tipo (3,3,3), e analogamente per gli poliedri, non è semplice. E quindi la omettiamo.
E' importante far capire agli studenti i "buchi" presenti nella dimostrazione.