



LICEO MATEMATICO – L.S. NONENTANO di ROMA

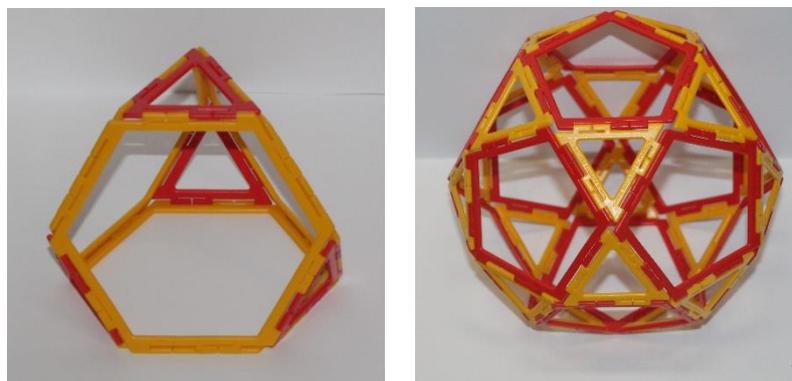
Scheda studente

Giuseppe Accascina, Patrizia Berneschi, Elena Possamai

Dalle immagini



ai modelli



Seconda parte

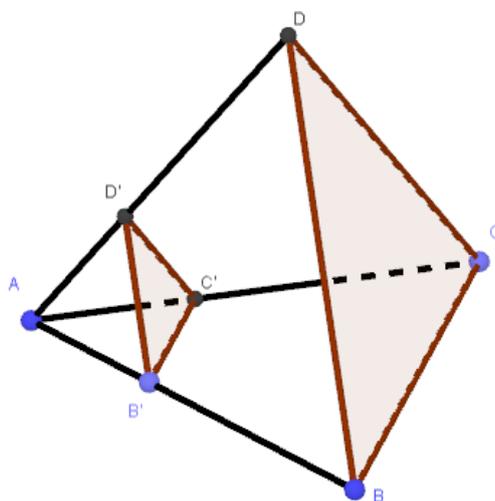
Poliedri troncati

Analizziamo alcuni poliedri che non sono stati studiati da Euclide. Si ottengono tutti dai cinque poliedri platonici con un procedimento che si chiama *troncamento dei vertici*.

Dobbiamo innanzitutto capire cosa significa troncare un vertice.

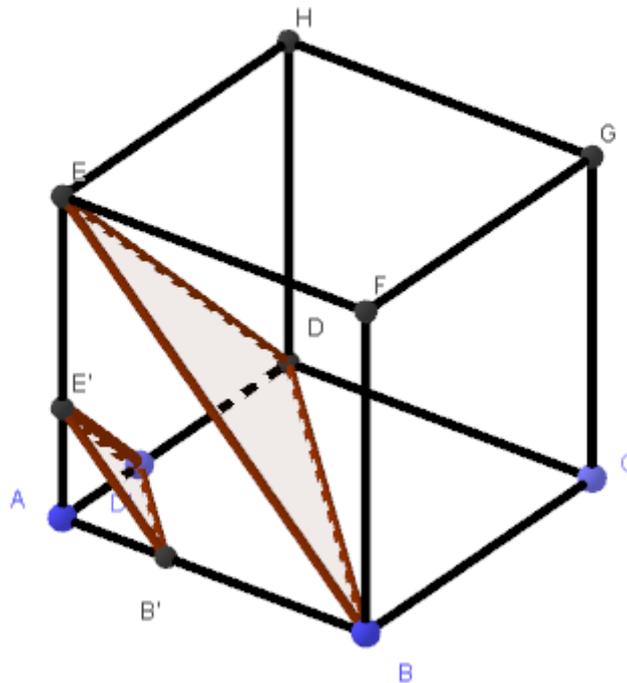
Cominciamo dal tetraedro. Consideriamo il tetraedro di vertici A, B, C e D avente gli spigoli di lunghezza s .

Consideriamo i tre spigoli concorrenti in A e per ognuno di essi consideriamo il suo estremo diverso da A. Abbiamo i punti B, C e D. Il triangolo ABC è equilatero. Consideriamo il piano p passante per essi. Prendiamo poi un punto B' sullo spigolo AB avente distanza d da A dove $0 \leq d \leq \frac{1}{2}s$. Prendiamo poi il piano p' passante per B' e parallelo al piano p . Indichiamo con C' e D' le intersezioni del piano p' con gli spigoli AC e AD. Si può dimostrare (noi non lo facciamo) che C e D' hanno distanza d da A e che il triangolo $B'C'D'$ è simile al triangolo ABC e quindi è equilatero. Troncare al tetraedro il vertice A ad una distanza d vuol dire tagliare il tetraedro con il piano p' e eliminare tutti punti del tetraedro che si trovano dalla stessa parte del punto A rispetto al piano p' .



Consideriamo ora un cubo avente gli spigoli di lunghezza s . Vogliamo troncarne il vertice A a una distanza d con $0 \leq d \leq \frac{1}{2}s$.

Operiamo come nel caso del tetraedro.

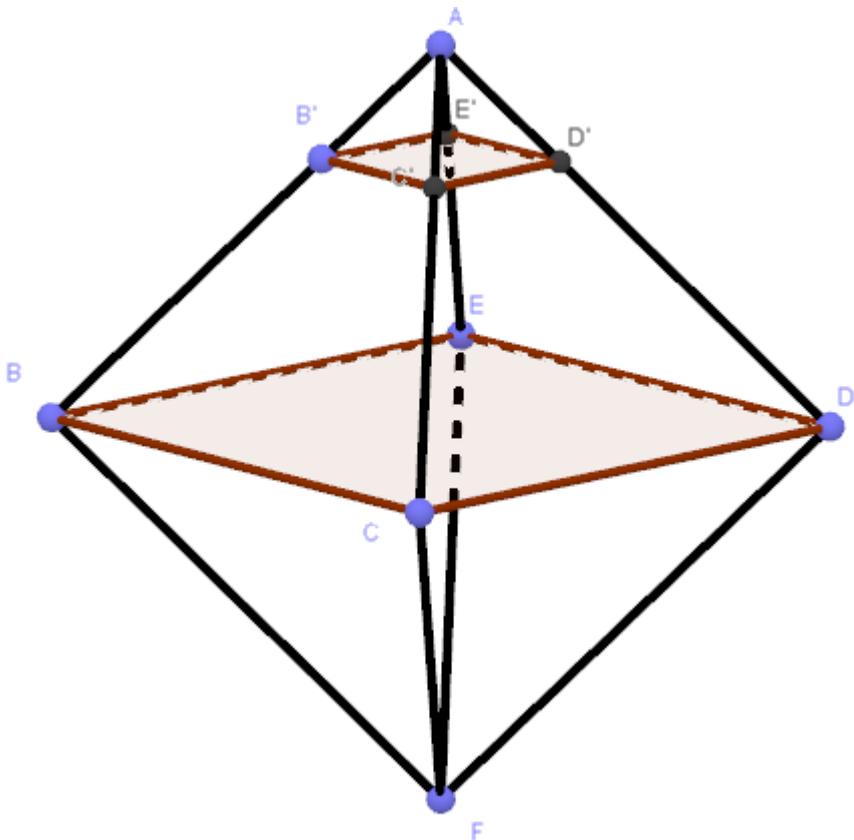


Consideriamo i punti B , E e D , cioè gli altri estremi degli spigoli del cubo concorrenti in A . Si dimostra facilmente che essi formano un triangolo equilatero. Consideriamo poi il punto B' del segmento AB avente distanza da A uguale a d .

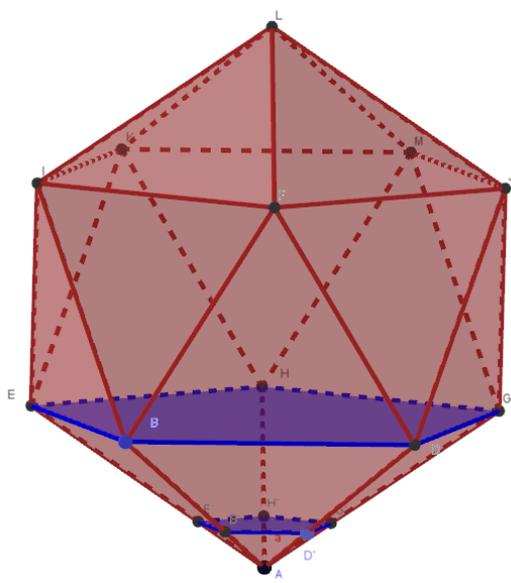
Consideriamo il piano p' passante per B' e parallelo al piano p passante per B , E e D . Si può dimostrare (noi non lo facciamo) che i punti B' , E' e D' di intersezione tra il piano p' e gli spigoli del cubo concorrenti in A hanno distanza da A uguale a d e che essi formano un triangolo simile al triangolo BED , e quindi formano un triangolo equilatero.

Nel caso degli altri poliedri platonici la situazione è analoga.

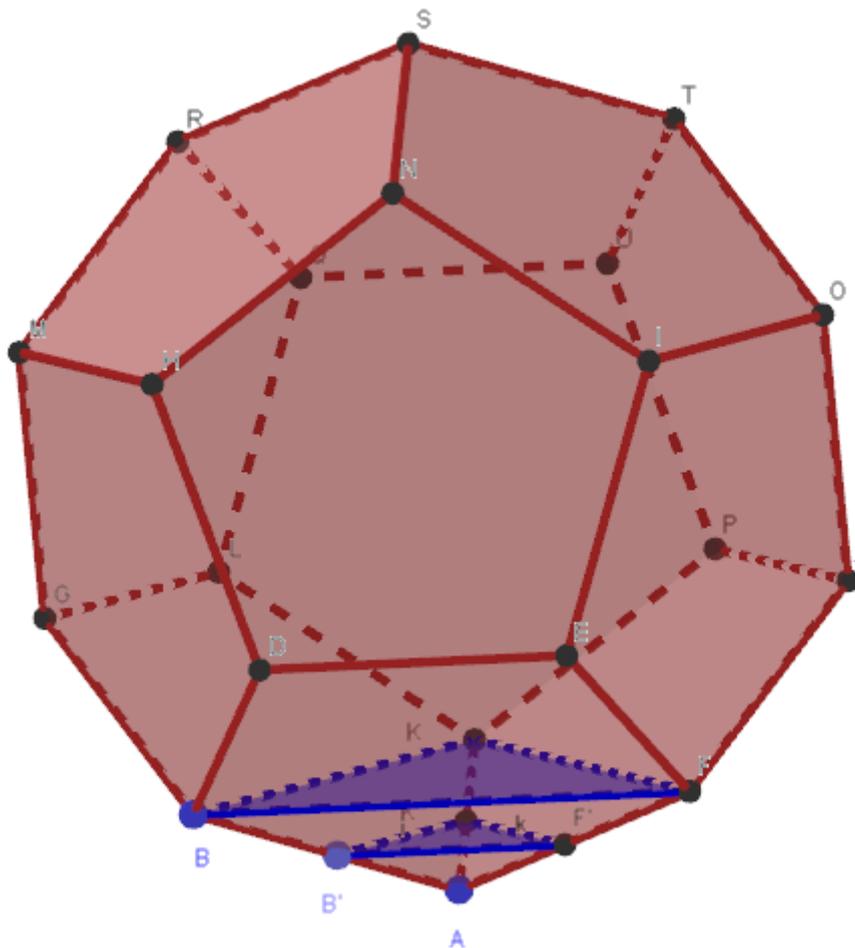
Nel caso dell'ottaedro abbiamo che i poligoni BCDE e B'C'D'E' sono quadrati e i punti B'C'D'E' hanno tutti distanza d da A.



Nel caso dell'icosaedro abbiamo che i poligoni sono pentagoni regolari. I vertici del primo pentagono hanno ovviamente distanza s da A mentre i vertici del secondo hanno distanza d da A.



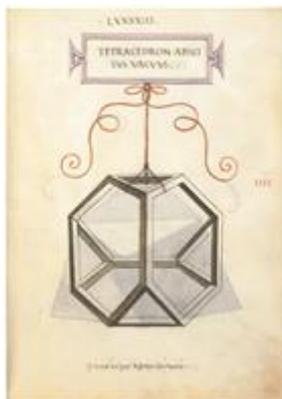
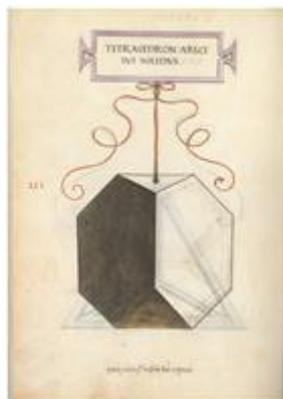
Nel caso del dodecaedro abbiamo che i poligoni sono triangoli equilateri. I vertici del primo triangolo hanno ovviamente distanza s da A mentre i vertici del secondo hanno distanza d da A .



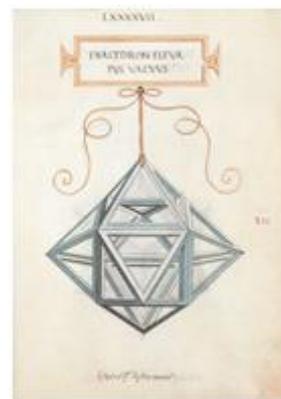
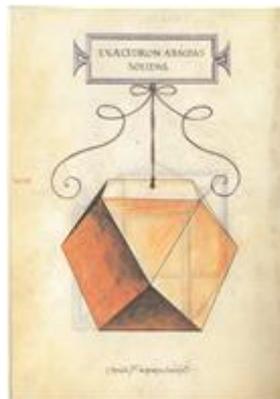
Abbiamo chiarito cosa vuol dire troncare un vertice a distanza d .

Troncare ad un poliedro tutti i vertici ad una distanza d , vuol dire troncare ogni vertice sempre ad una stessa distanza d .

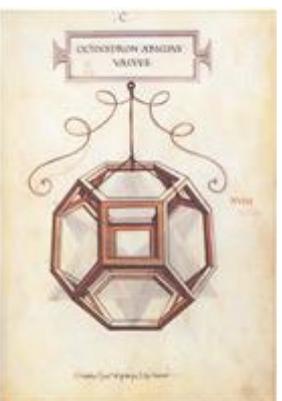
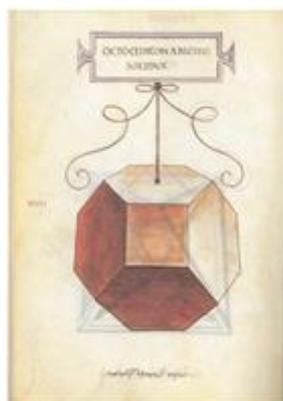
Pacioli e Leonardo da Vinci hanno studiato per ogni poliedro platonico un poliedro ottenuto da esso troncando i vertici ad un ad una distanza d opportuna in modo tale che il poliedro ottenuto abbia come facce poligoni regolari.



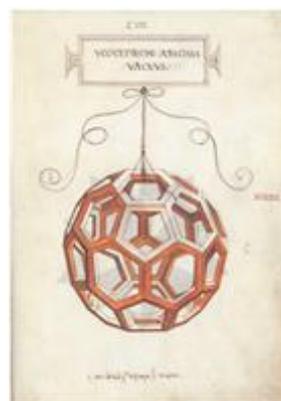
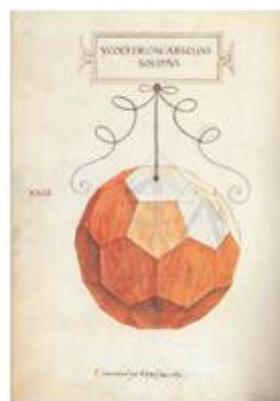
Tetraedro tronco



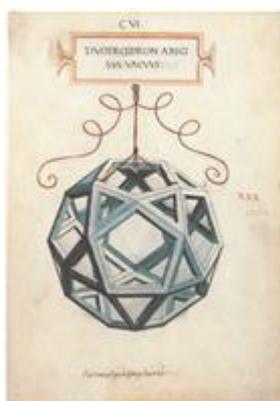
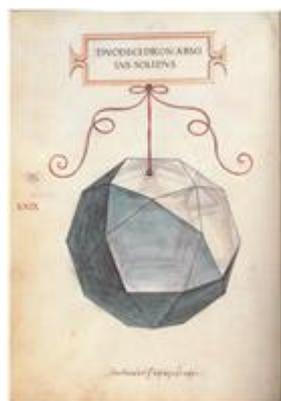
Cubo tronco



Ottaedro tronco



Icosaedro tronco



Dodecaedro tronco

Analizziamo poi altri troncamenti dei poliedri platonici che non sono stati descritti da Pacioli e Leonardo da Vinci.