

Giuseppe Accascina  
Sapienza, Università di Roma

*Dalle immagini ai modelli dei poliedri:  
problemi di interpretazione*

*Educare lo sguardo: intrecci tra arte e matematica*

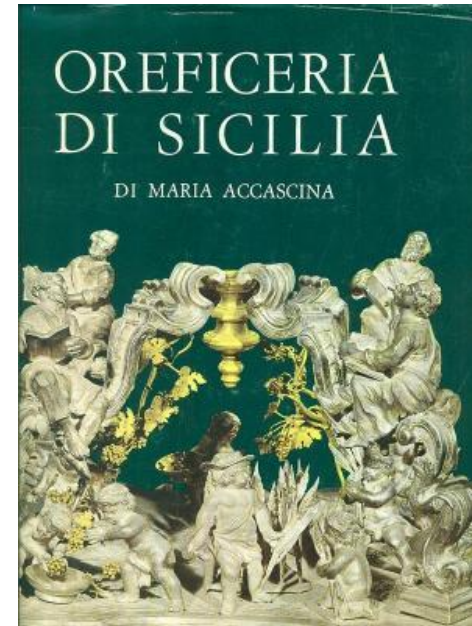
12 Maggio 2018, Teatro Odeion, Facoltà di Lettere  
Sapienza, Università di Roma

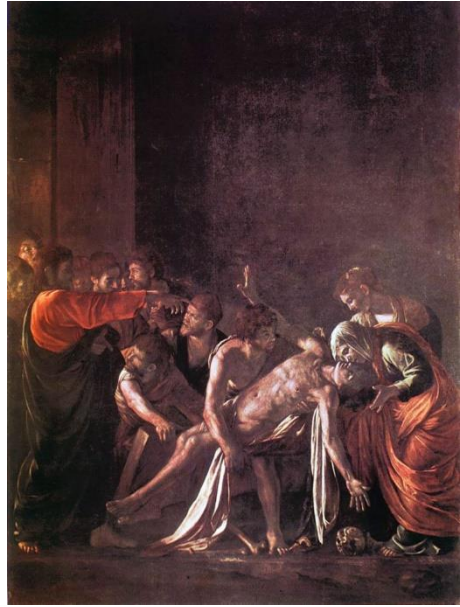


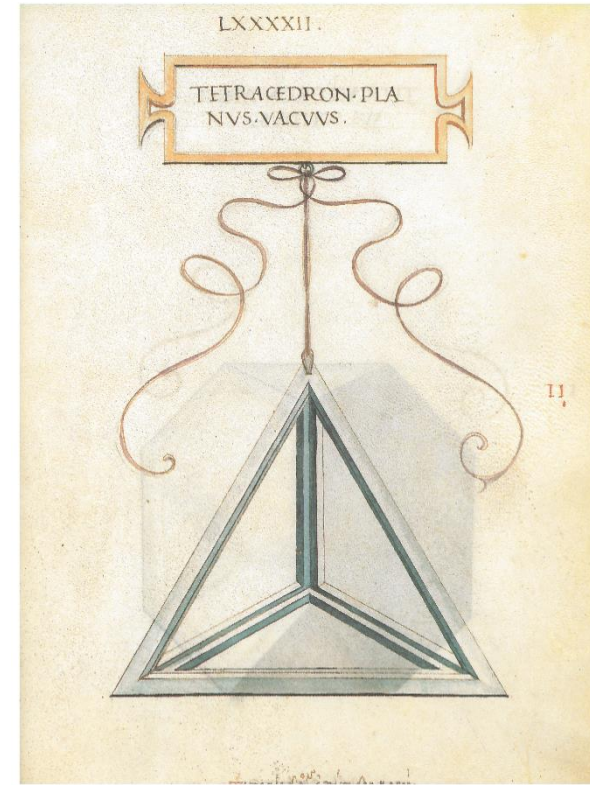
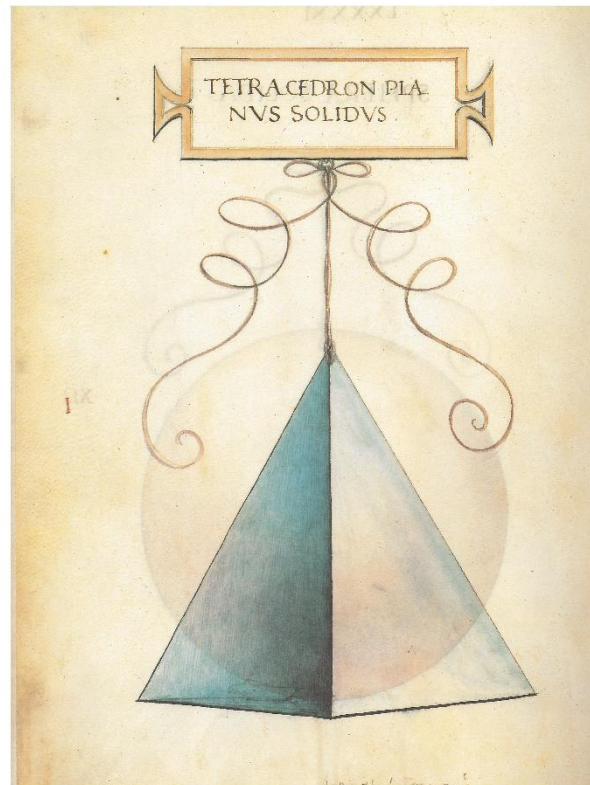
**Maria Accascina (1898 – 1979)**

Storica dell'arte

Direttrice del Museo regionale di Messina dal 1949 al 1966





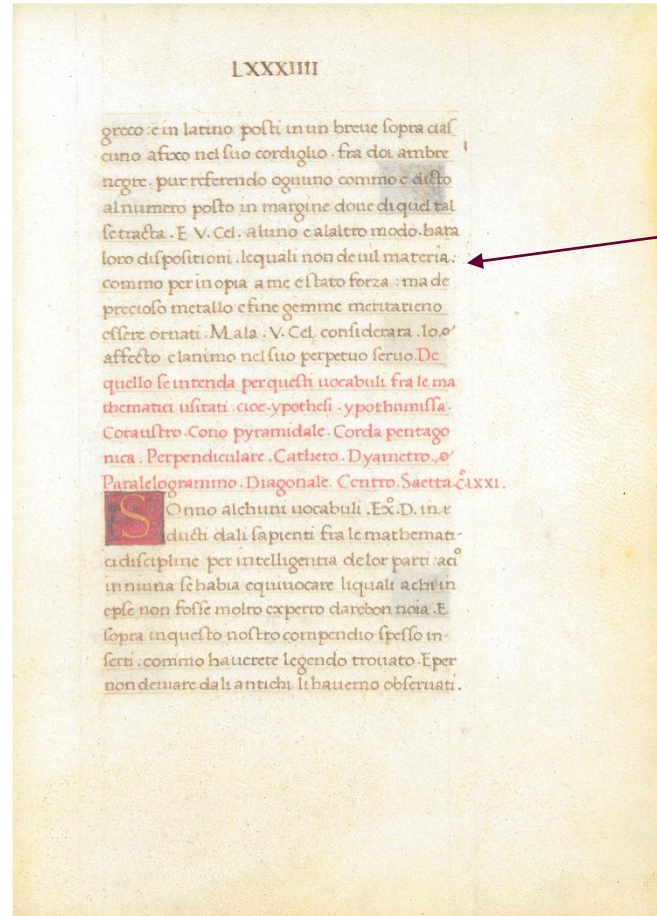


Tavole di Leonardo da Vinci

Luca Pacioli, *De Divina Proportione*, manoscritto, 1498, Milano, Biblioteca Ambrosiana



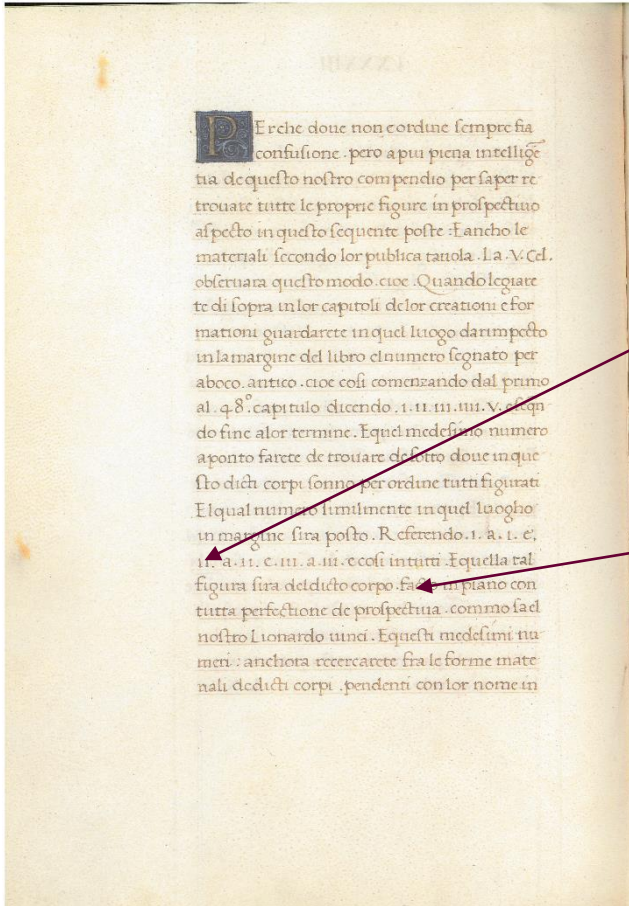
# L. Pacioli, *De Divina Proportione*, folio 84r



de vil materia

*de vil materia*

# L. Pacioli, *De Divina Proportione*, folio 83v



ii. a. ii. c. iii. a. iii. e così intutti. Equella tal  
figura sira del dicto corpo. facto in piano con  
tutta perfectione de prospectiva. commo fa el  
nostro Lionardo uinci. E questi medesimi nu

*E quella  
tal figura sira del dicto corpo facto in piano con  
tutta perfectione de prospectiva commo fa el  
nostro Lionardi vinci.*

# Da Leonardo al percorso didattico

*Dalle immagini ai modelli*

Leonardo:

modello → immagine

Processo inverso:

immagine → modello

# Il percorso didattico

Percorso didattico ideato insieme a **Patrizia Berneschi** e **Elena Possamai**.

Sperimentato quest'anno con studenti di:

- **Liceo Scientifico Nomentano** di Roma:
  - 4 prime classi (studenti del 9° anno di scolarità)
  - 2 seconde classi (10° anno di scolarità)
- corso di *Didattica della Matematica* (17° anno di scolarità), **Laurea Magistrale in Matematica, Sapienza**, Università di Roma.



# Modalità di lavoro

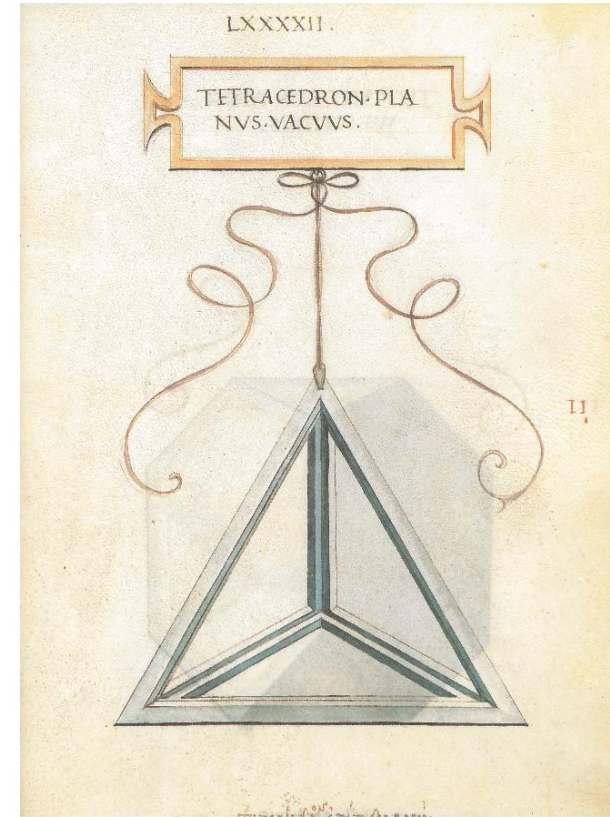
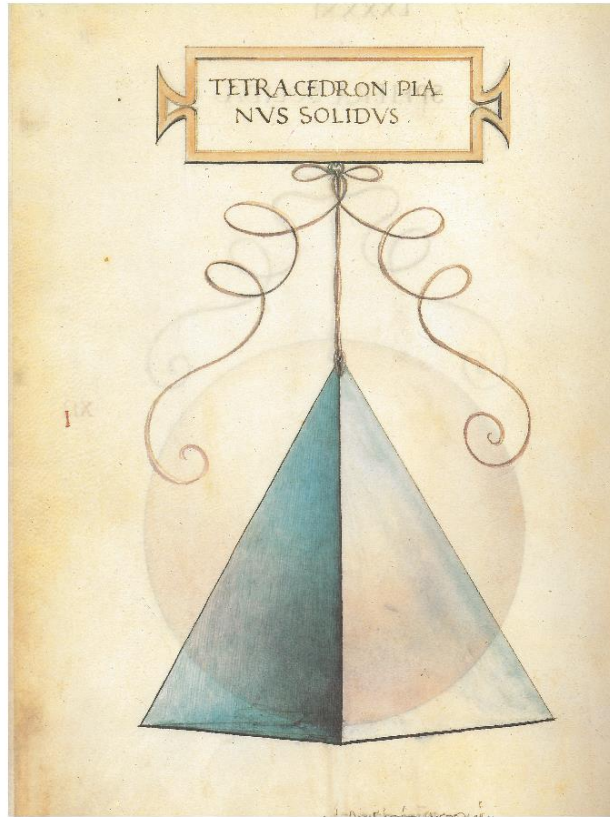
Identica con studenti di scuola e universitari.

Gruppi di 3, 4 studenti.

- Ad ogni gruppo vengono date:
  - i. una coppia di tavole di Leonardo
  - ii. scheda di lavoro in cui si chiede
    - descrizione del poliedro e sue proprietà geometriche
    - tipo e numero di tessere di Polydron necessarie per costruire un modello reale
- Costruzione del modello reale con Polydron
- Di nuovo: descrizione del poliedro e sue proprietà geometriche

# Studenti di Liceo

*Dalle immagini ai modelli*



Animata discussione in un gruppo di studenti di seconda Liceo (10 anno di scolarità):

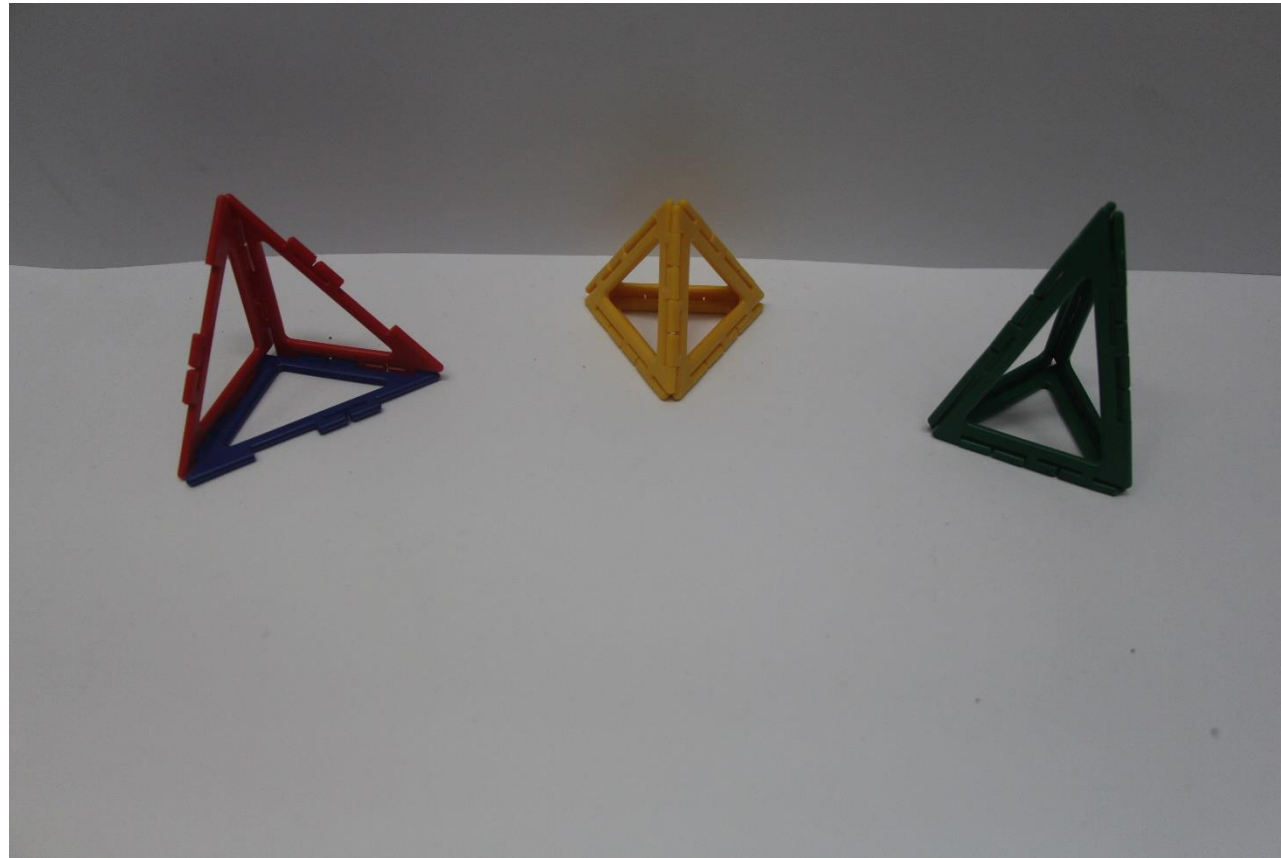
***sono due modelli diversi o uno solo?***

Solo le figure attirano l'attenzione degli studenti di scuola. Nessuna attenzione ai cartelli descrittivi.

Gli studenti osservano che perché Leonardo ha scelto due diversi punti di vista e ne danno una giustificazione

# Studenti Universitari

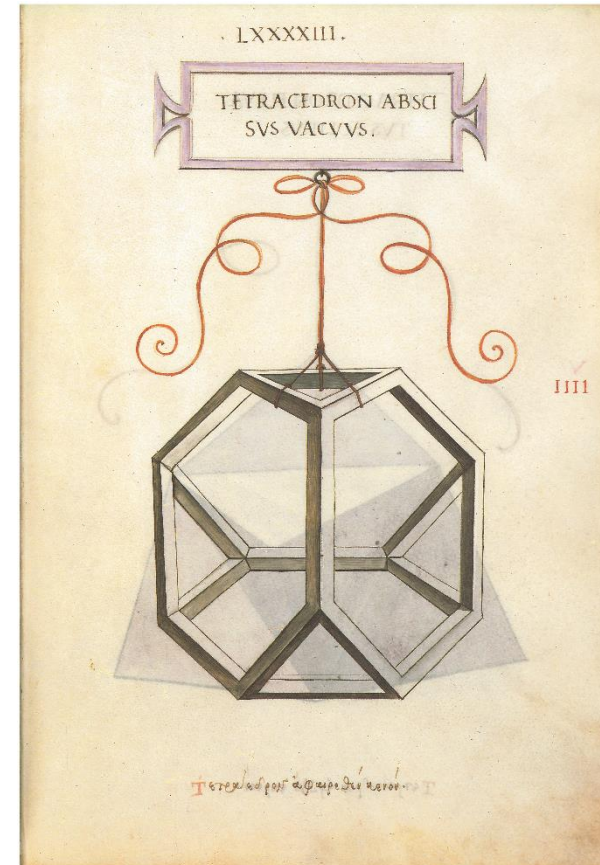
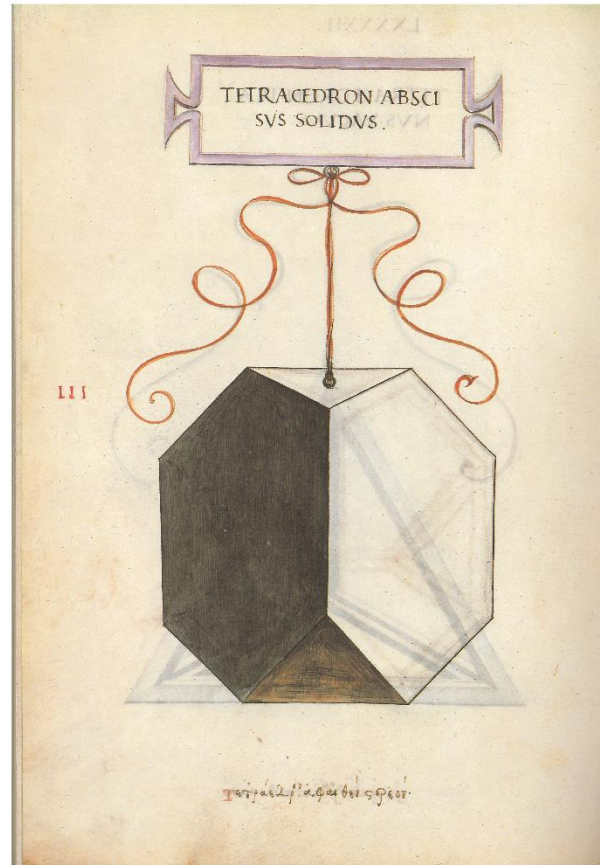
*Dalle immagini ai modelli*



*Quale di questi tre?*

# Tetraedro tronco

*Dalle immagini ai modelli*

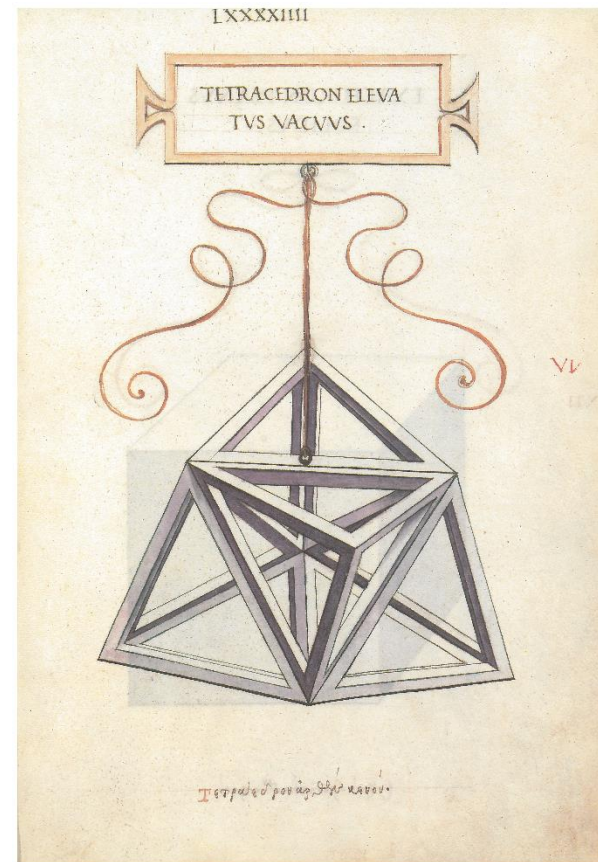
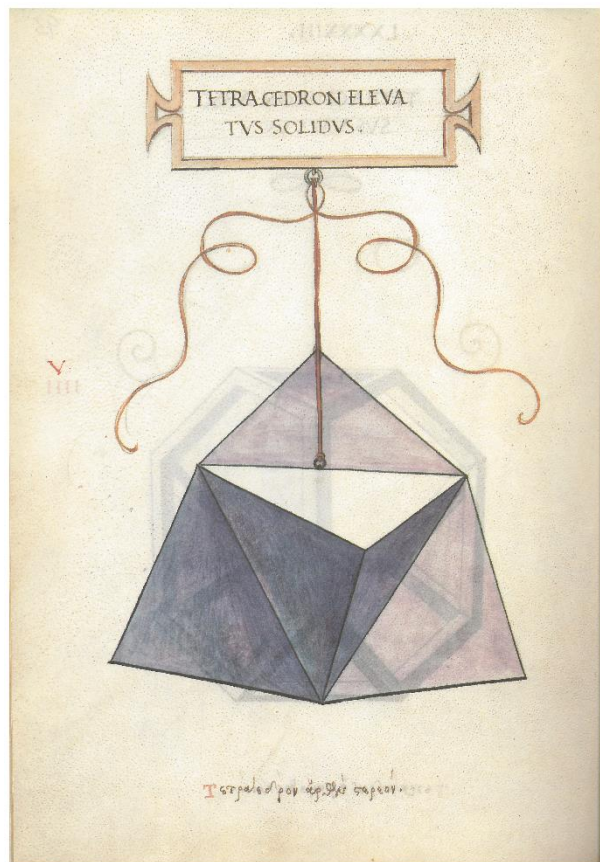


Poche difficoltà



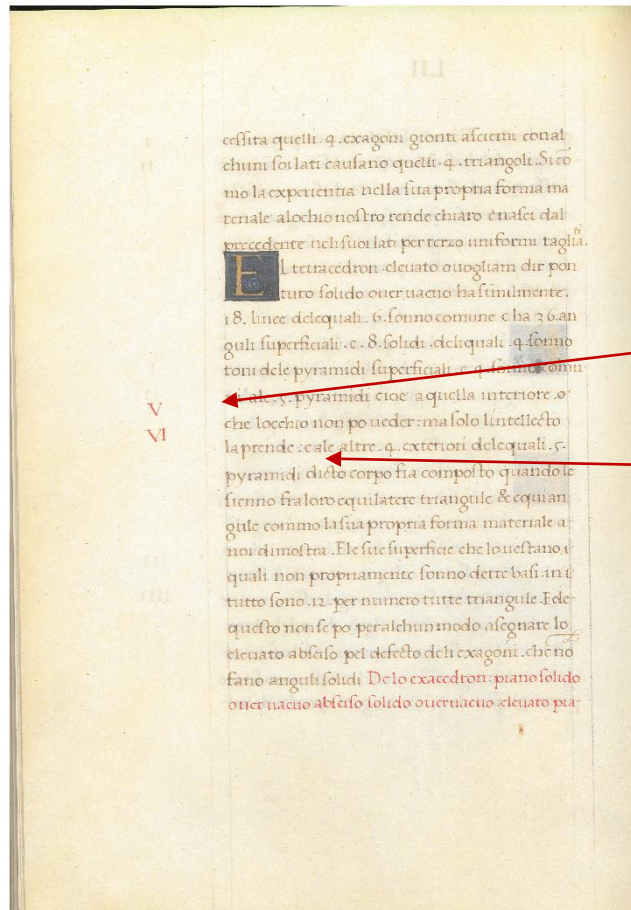
# Tetraedro elevato

*Dalle immagini ai modelli*



*Il tetraedro elevato è ottenuto da un tetraedro.  
Dove sta il tetraedro di partenza?*

# L. Pacioli, *De Divina Proportione*, folio 52v

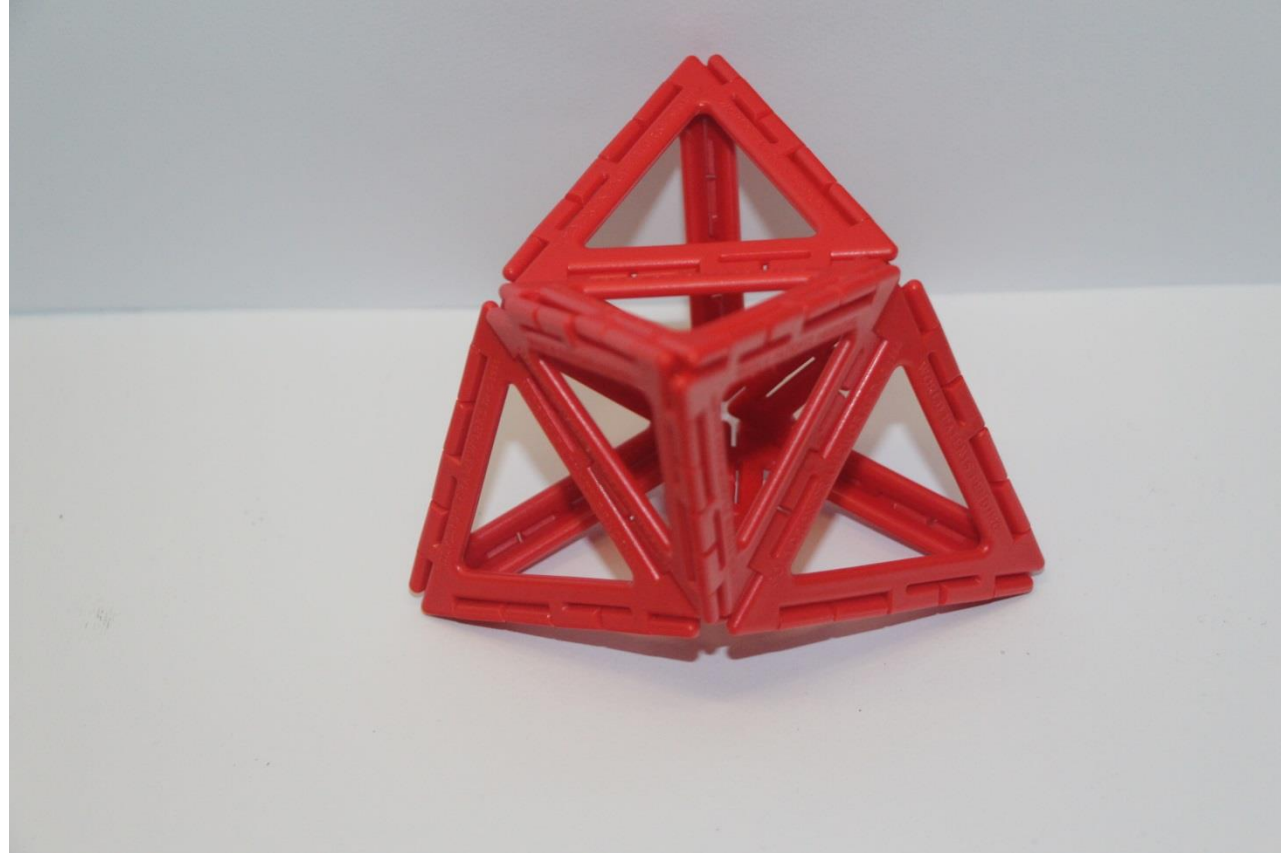


ni ale .5. pyramidi cioe a quella interiore o  
che locchio non po ueder: ma solo l'intellecto  
la prende: e ale altre .4. exteriori de le quali .5.

*quella interiore o  
che locchio non po veder: ma solo l'intellecto  
la prende*

# Tetraedro elevato

*Dalle immagini ai modelli*



*Abbiamo commesso qualche errore?*

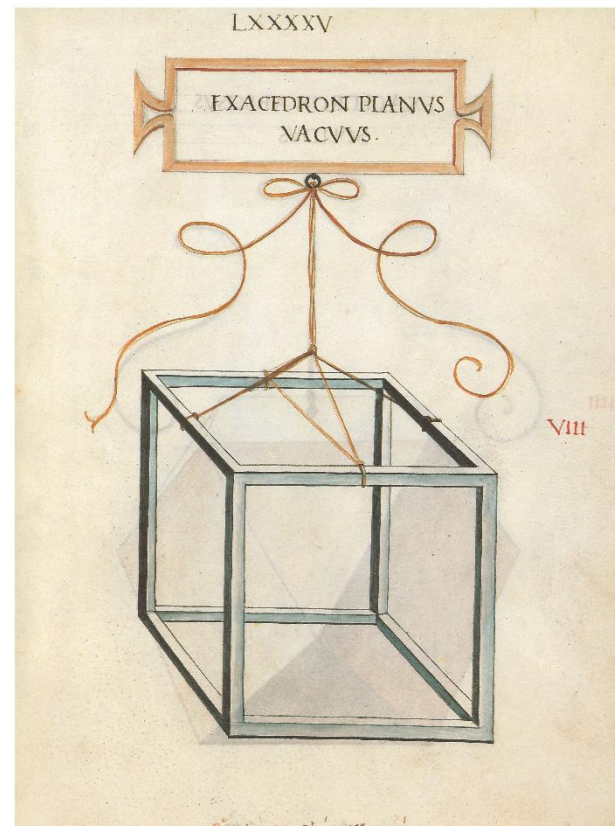
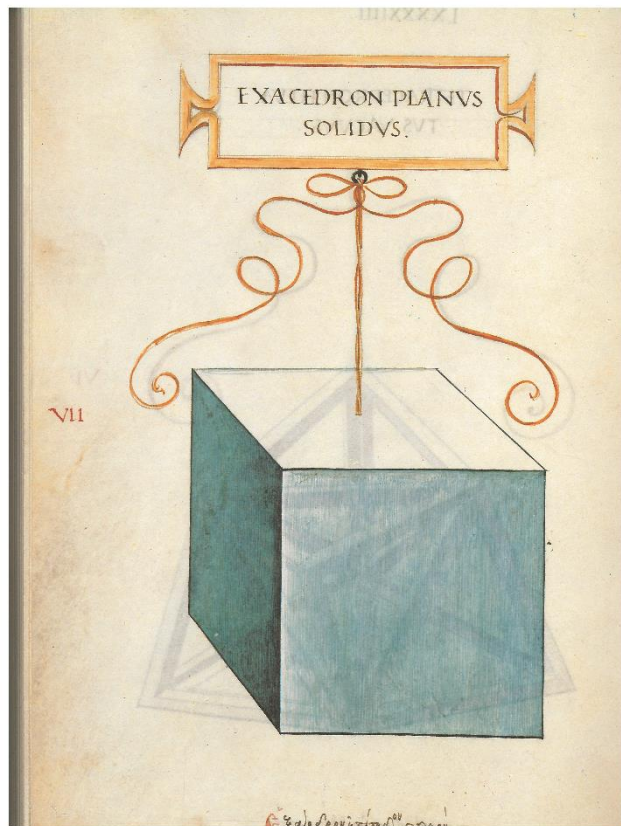
*No!*

*Quanto è brutto!*



# Cubo

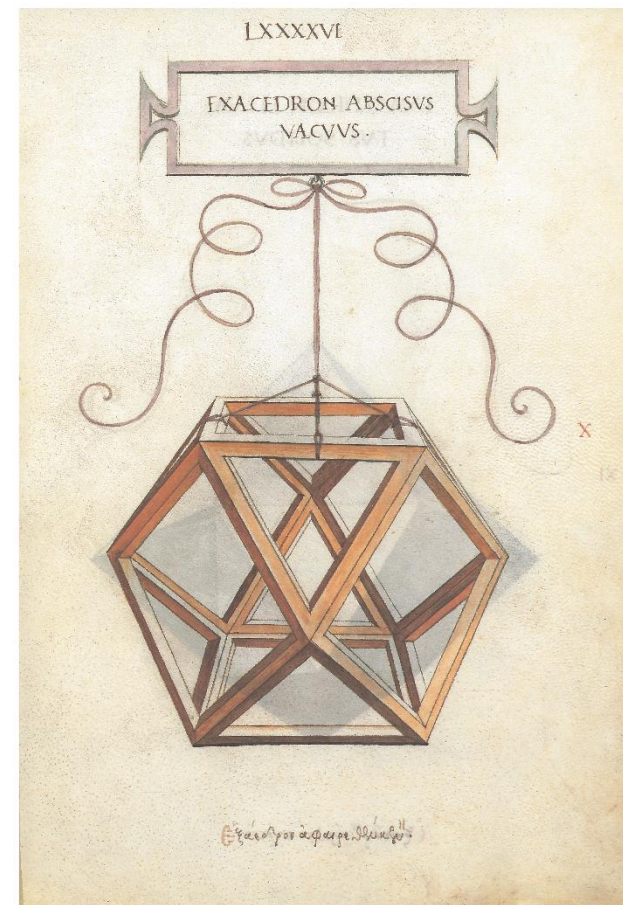
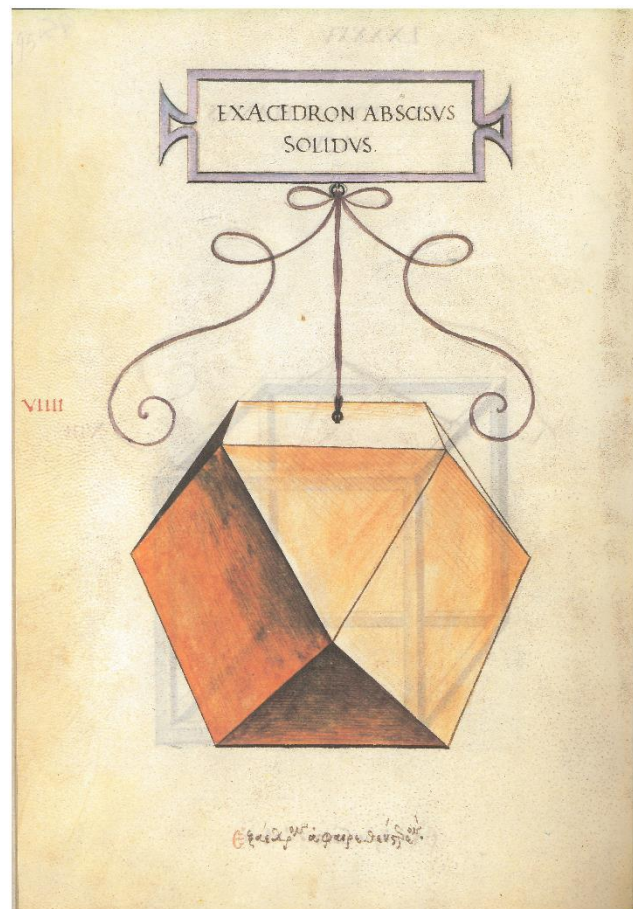
*Dalle immagini ai modelli*





# Cubo tronco

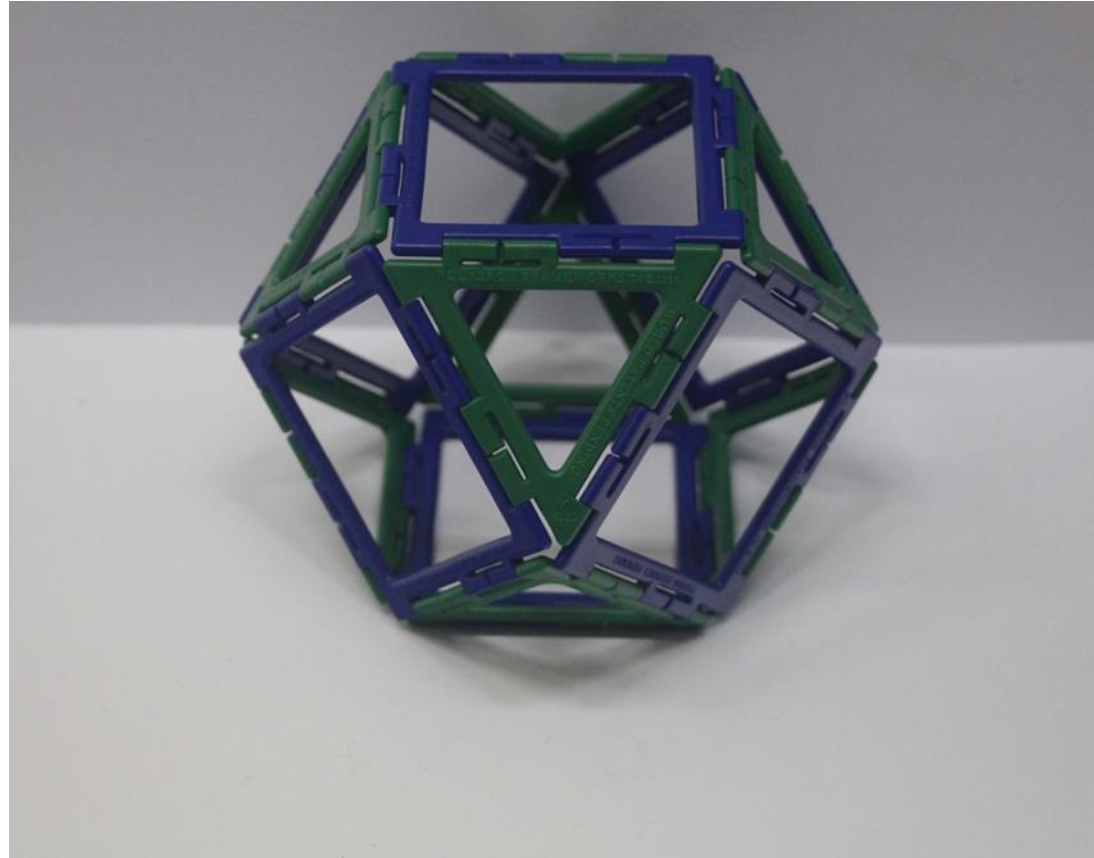
*Dalle immagini ai modelli*



*Come si ottiene il cubo tronco dal cubo?*

Troncando ogni vertice con il piano passante per il punto medio degli spigoli concorrenti nel vertice

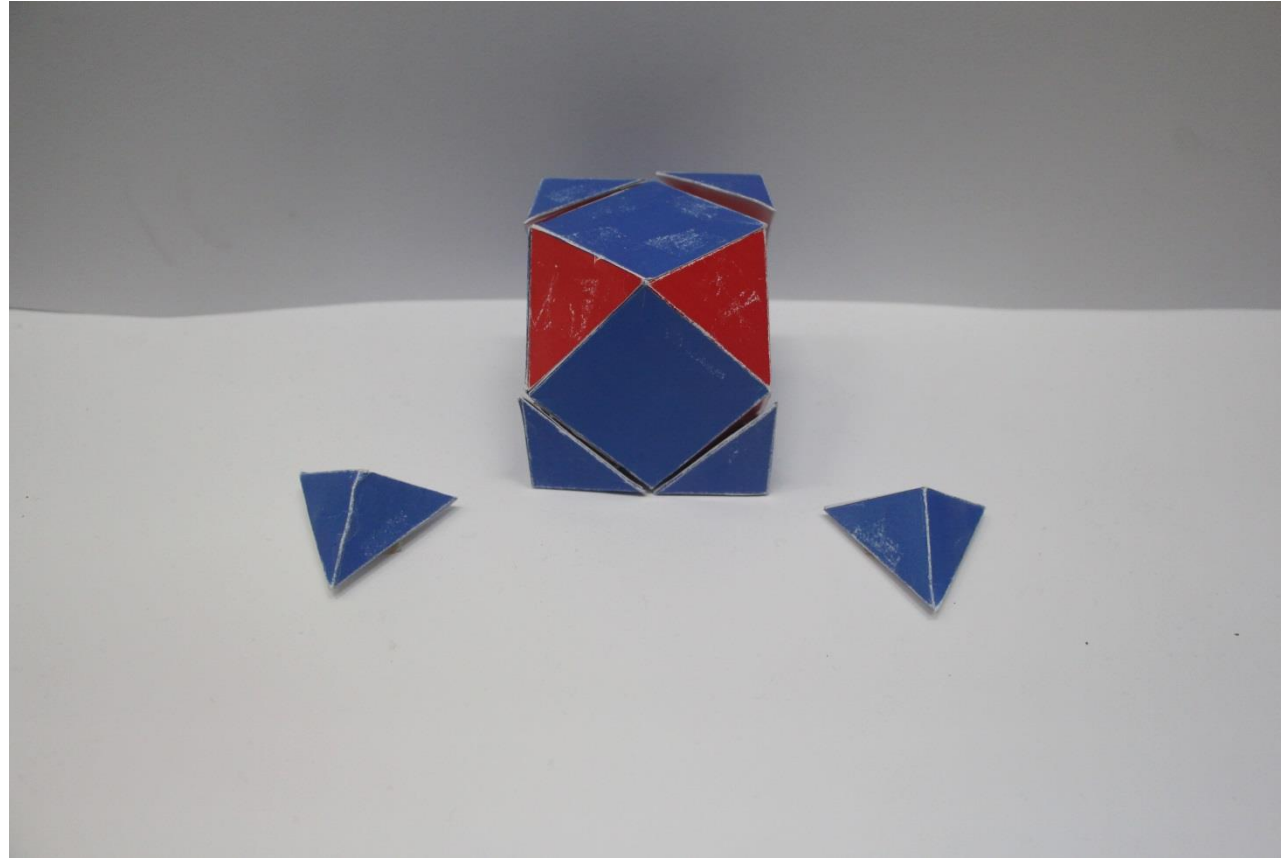
# Modello reale del cubo tronco



*Come si riottiene il cubo originario dal cubo tronco?*

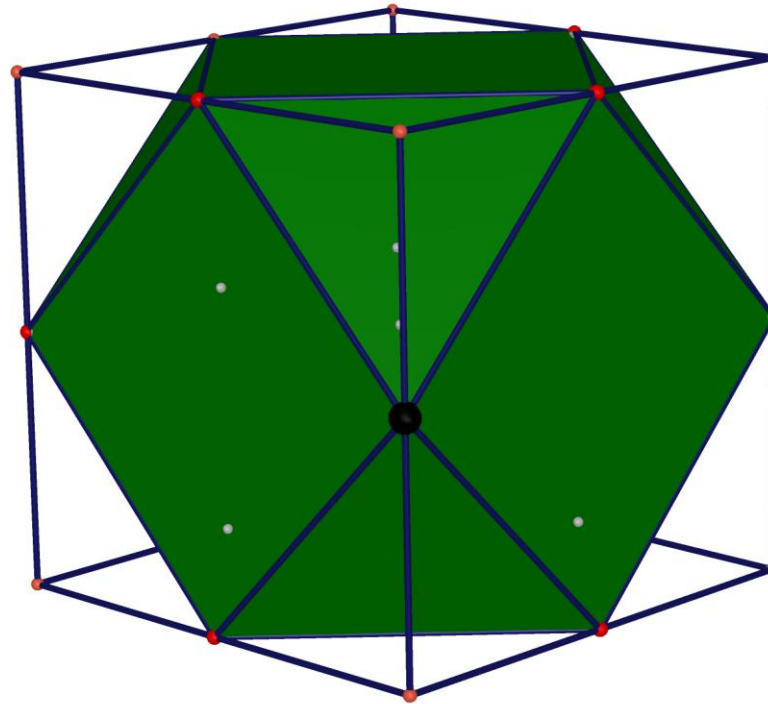
# Modello reale del cubo tronco in cartoncino

*Dalle immagini ai modelli*



Non lo farò mai più.  
Ho impiegato troppo tempo.  
Non lo farei mai costruire agli studenti

# Modello virtuale del cubo tronco

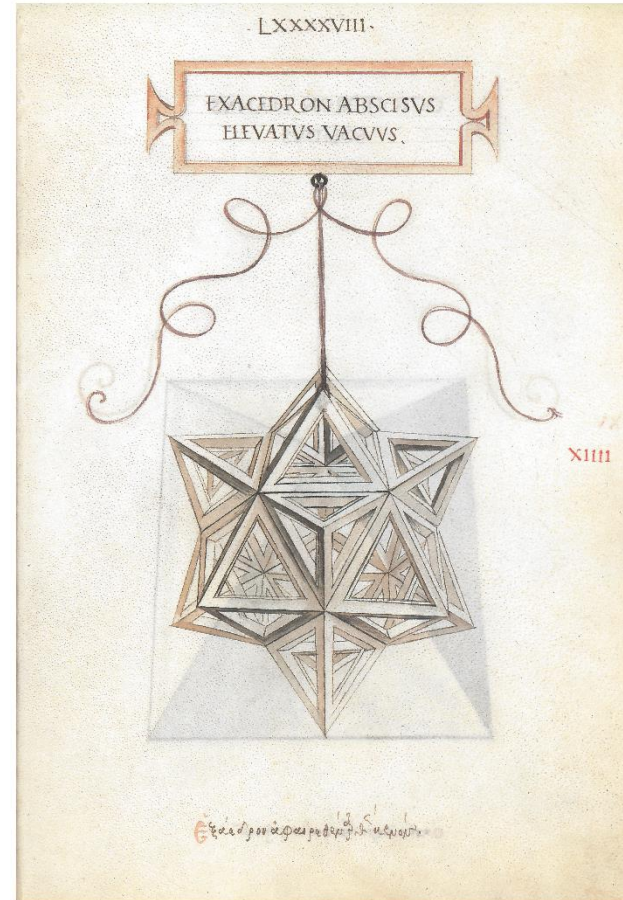
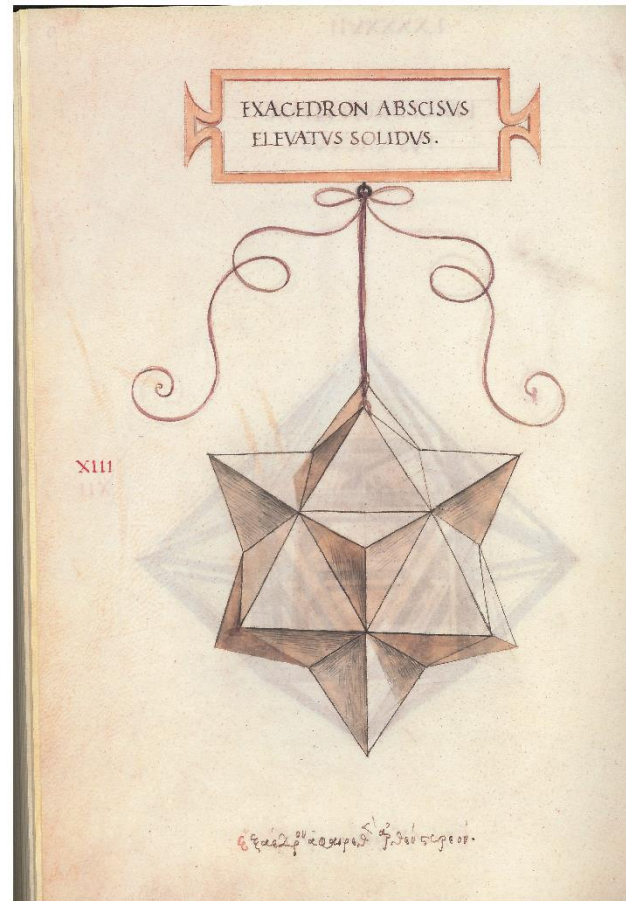


Costruito da studenti del terzo e quarto anno (11° e 12° anno di scolarità) dell'Istituto Tecnico Industriale *Galilei* di Roma nell'ambito del *Progetto Archimede*. [File Cabri 3D](#)



# Cubo tronco elevato

*Dalle immagini ai modelli*

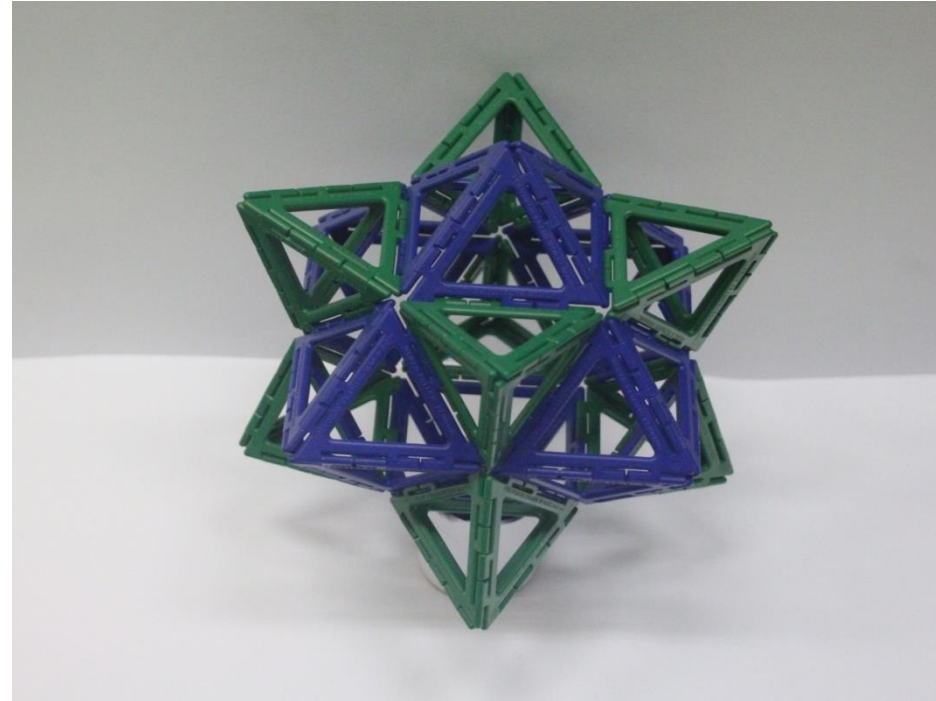


*Come si ottiene dal cubo tronco?*

Nessuna difficoltà nel capire come si ottiene.

Molte difficoltà nel capire alcune sue proprietà geometriche

# Modello reale del cubo tronco elevato



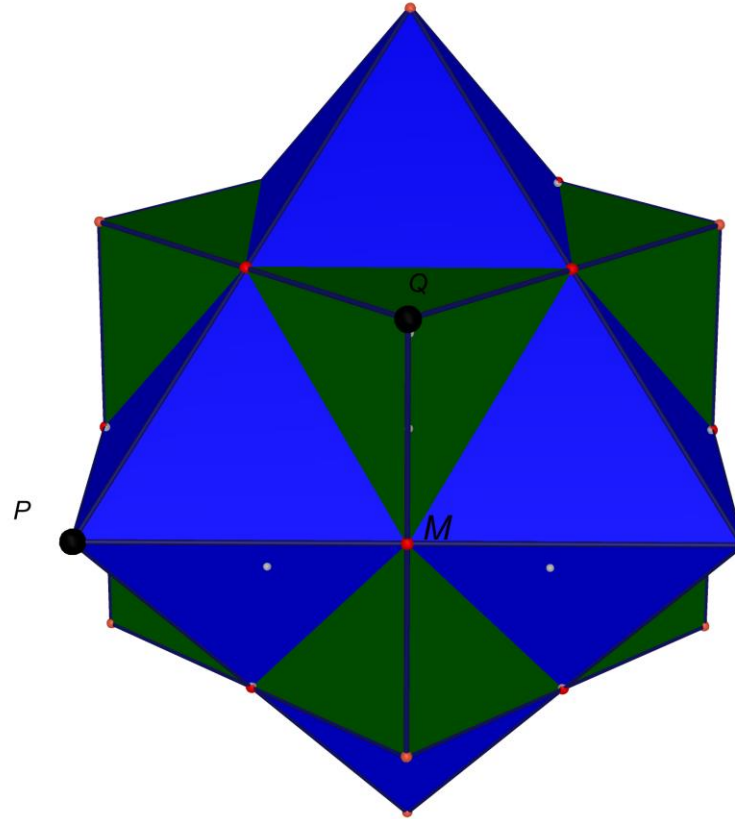
*Osservate qualcosa di nuovo?*

Il cubo tronco si ottiene per troncamento sia dal cubo che dall'ottaedro.

Nuovo nome: **cubottaedro**

*Quale è la mutua posizione del cubo e dell'ottaedro da cui si ottiene lo stesso cubottaedro?*

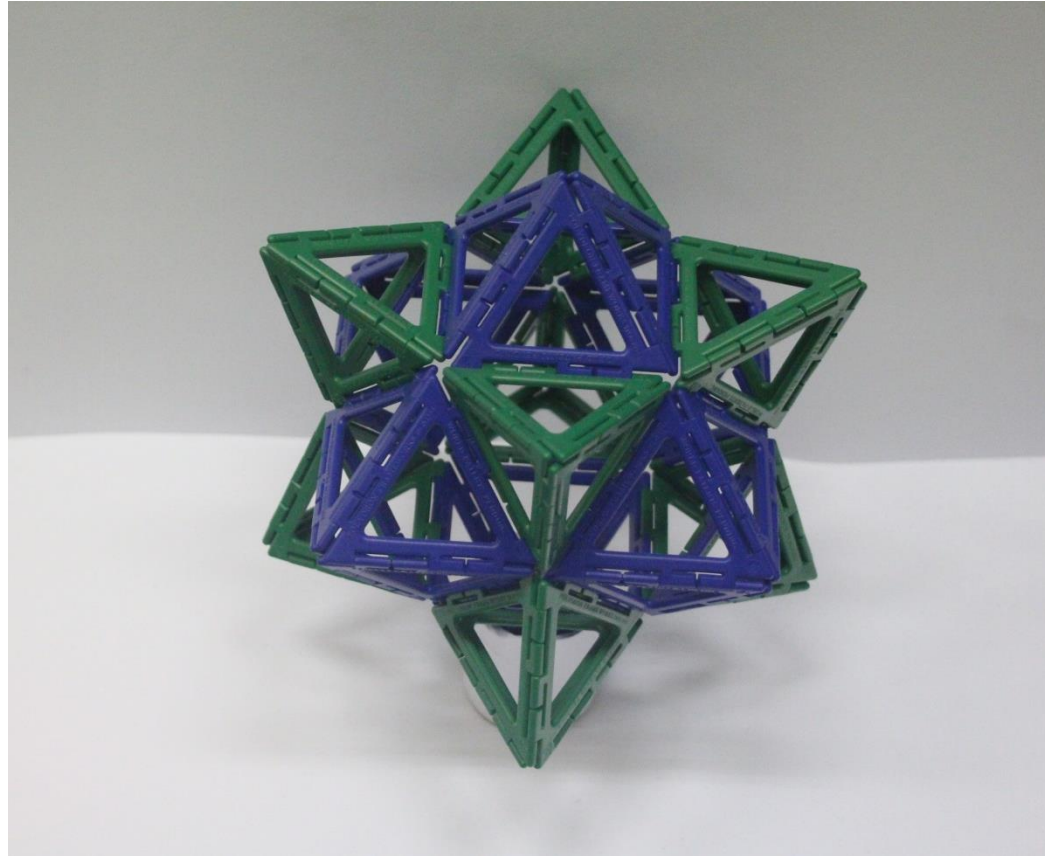
# Modello virtuale del cubo, dell'ottaedro e del cubottaedro



Costruito da studenti del quarto anno (12° anno di scolarità) dell'Istituto Tecnico Industriale *Galilei* di Roma nell'ambito del *Progetto Archimede*. [File Cabri 3D](#).

# Cubottaedro elevato

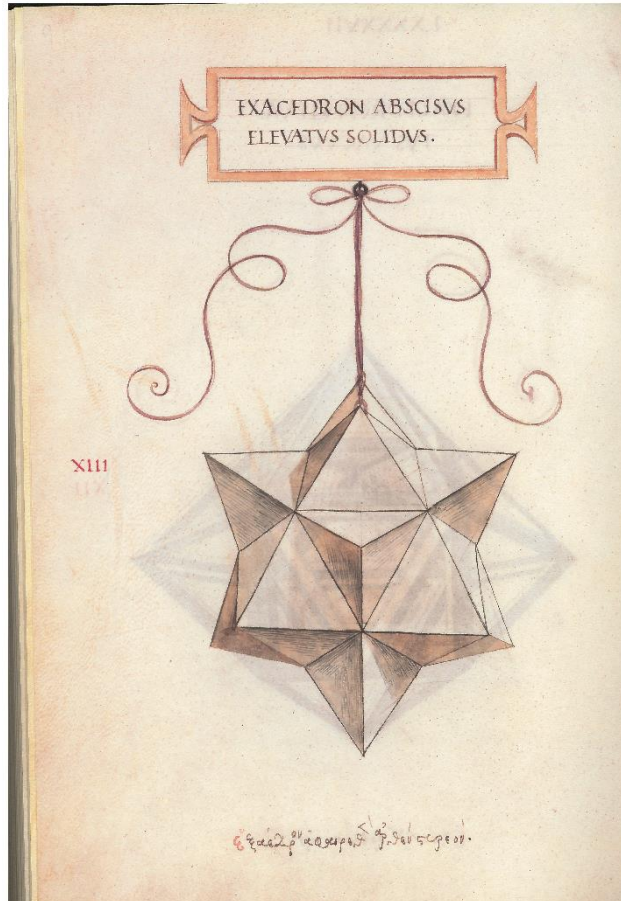
*Dalle immagini ai modelli*





# Cubottaedro elevato - la tavola di Leonardo

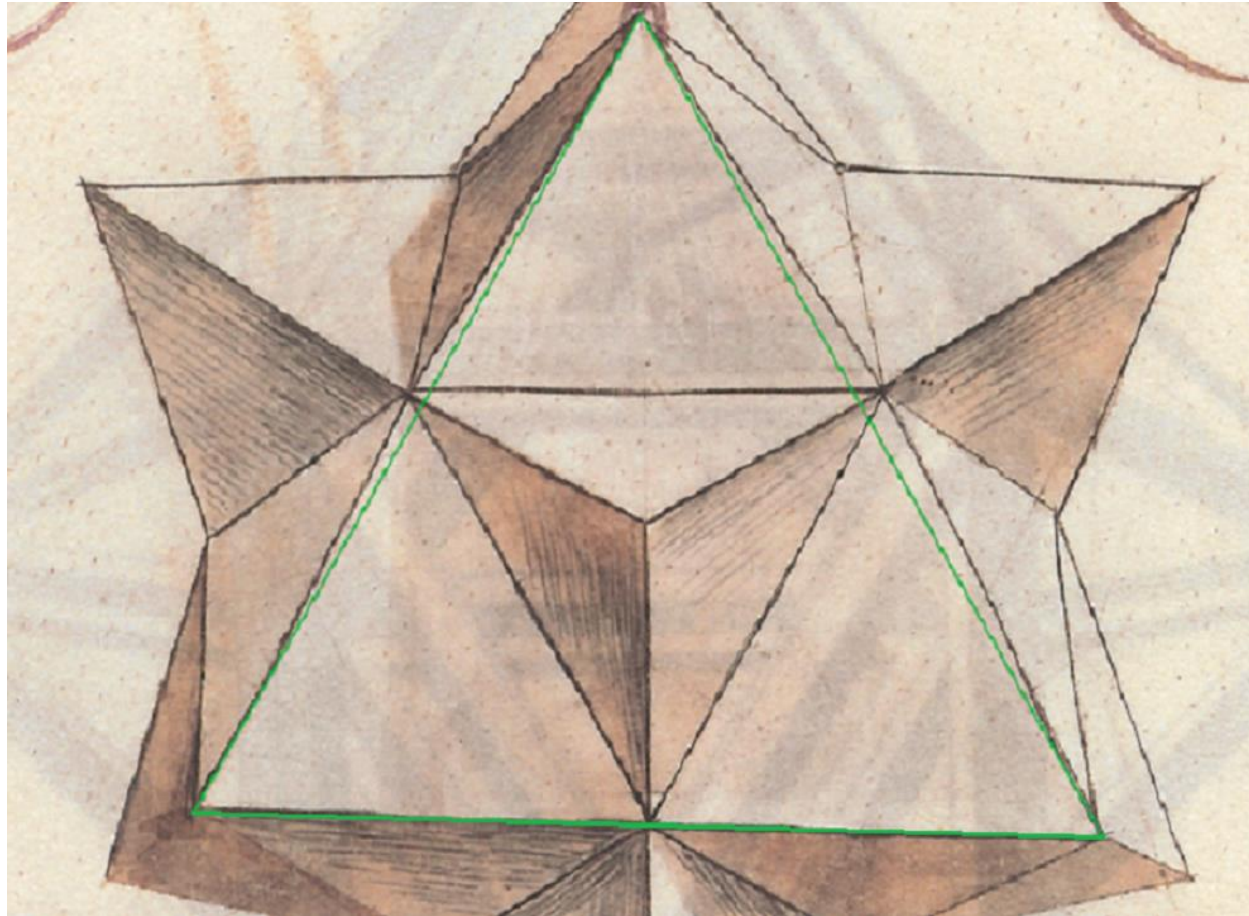
*Dalle immagini ai modelli*



*Notate qualcosa di strano?*

# Cubottaedro elevato - la tavola di Leonardo

# Ingrandimento



Leonardo (e Pacioli?) ha/hanno commesso un errore.

# Potenza della geometria e dell'uso di modelli

*La geometria è l'arte di fare ragionamenti giusti su figure sbagliate.*

George Poyla

*Quanti più sensi sono coinvolti tanto più una cosa è reale.*

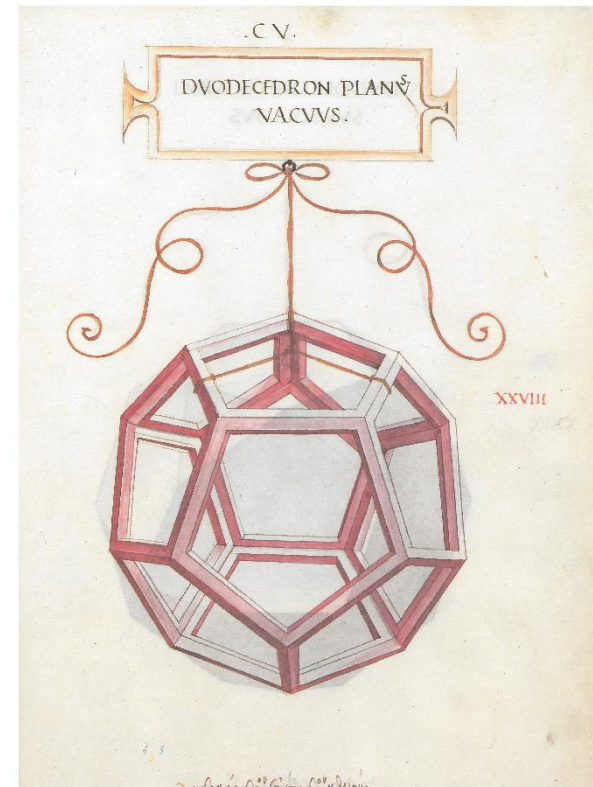
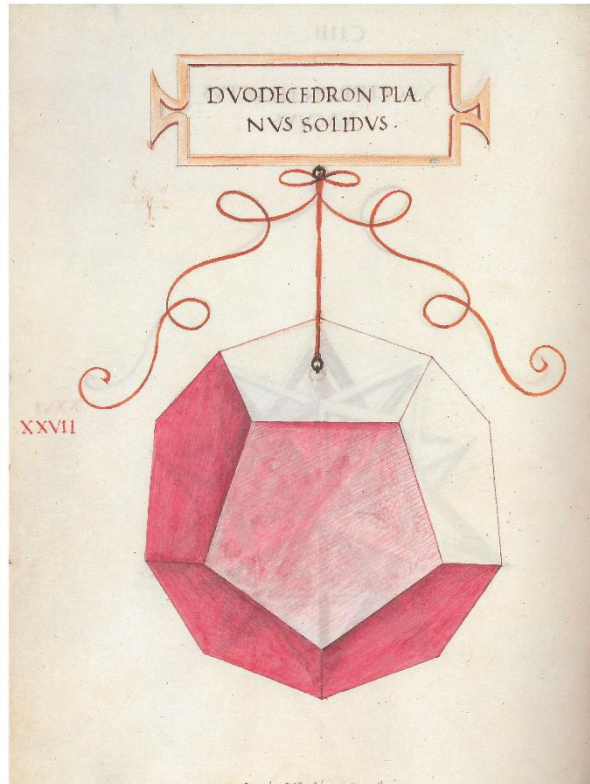
Wilfred Bion

*Il lavoro manuale rende gli oggetti veri, reali, pieni di senso. Dopo averli realizzati ne sentiamo l'odore, il suono, il sapore, la consistenza, il peso, la temperatura, la forma, i colori...*

*Il percorso di realizzazione e la sua storia spesso non lineare, con le sue difficoltà e le sue soluzioni, creano l'esperienza e rendono agile la mente ed il corpo, attraverso un percorso di continui rimandi e di messa a punto. E' una modalità di relazione col mondo che ha decine di migliaia di anni, ed ha prodotto un dialogo con la natura che ha permesso la creazione degli strumenti fisici e mentali dell'evoluzione naturale.*

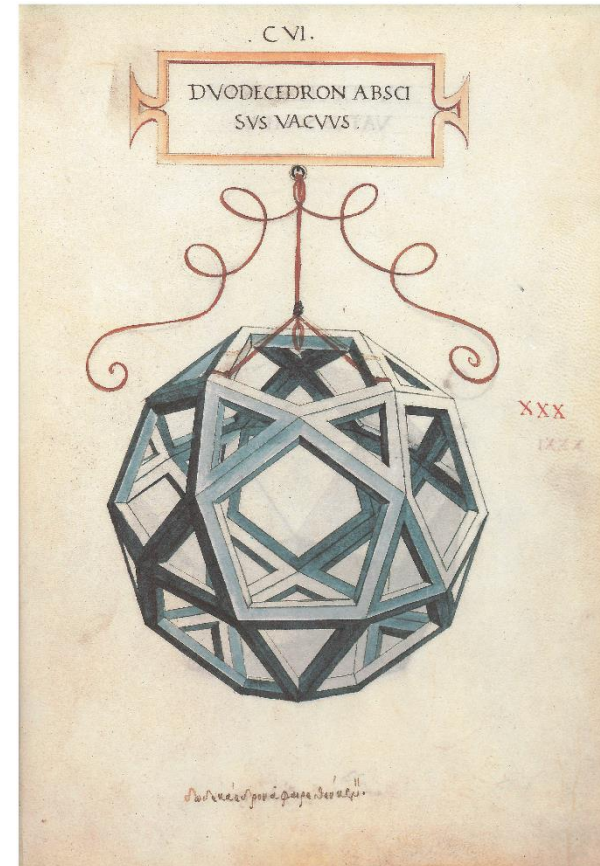
Guido Accascina

# Dodecaedro



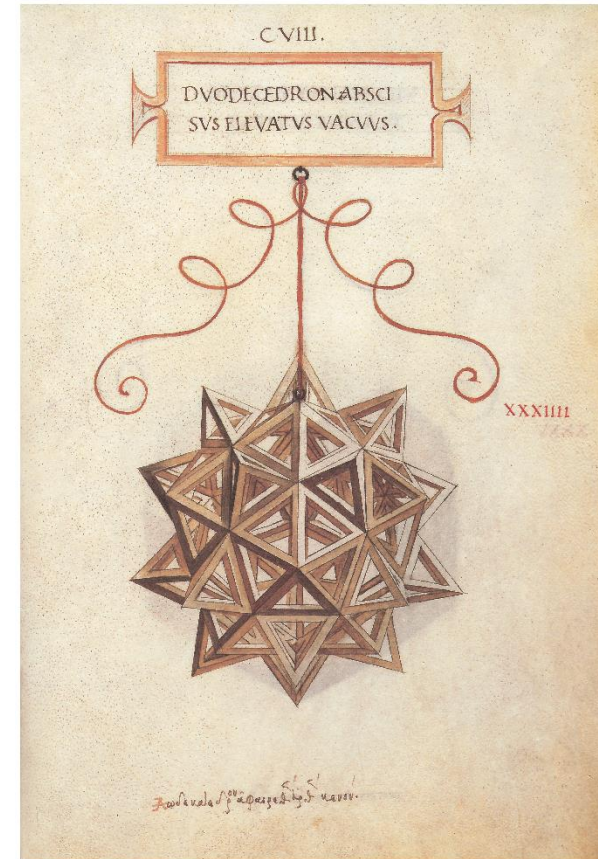
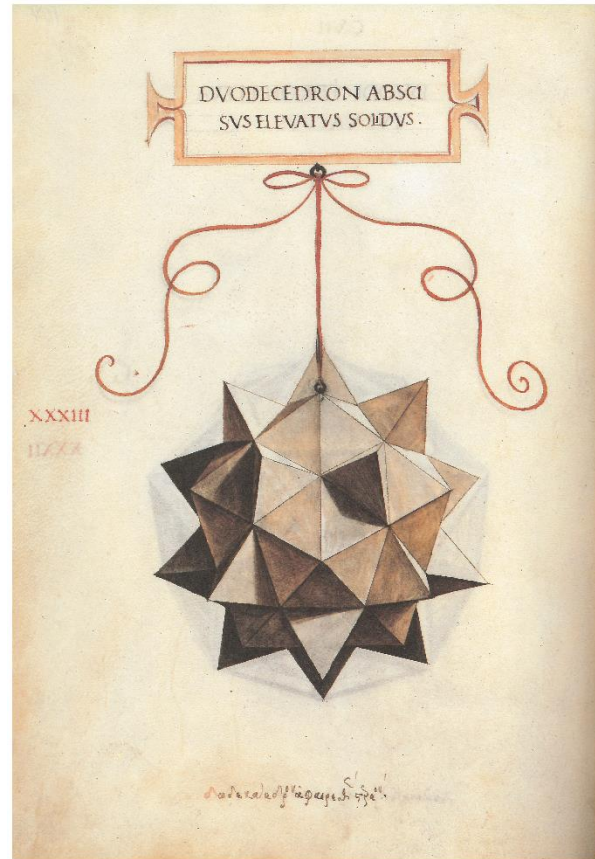


# Dodecaedro tronco



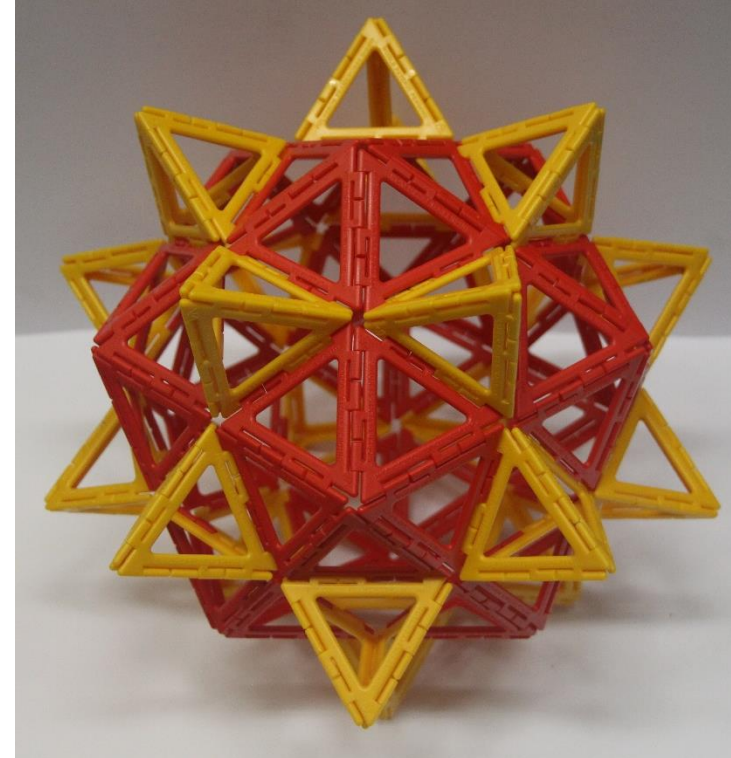
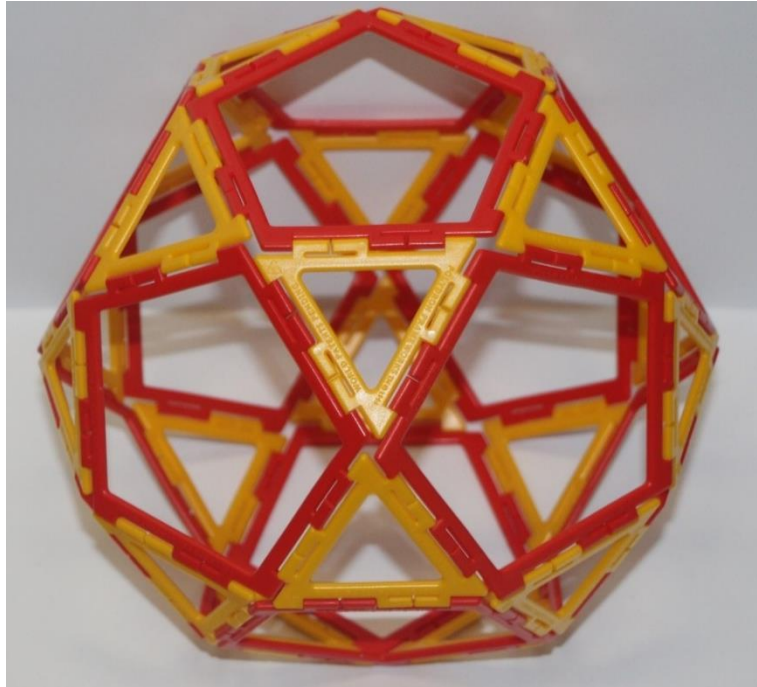
E' ottenuto dal dodecaedro tagliando ognuno dei suoi vertici per mezzo del piano passante per i punti medi degli spigoli concorrenti nel vertice stesso.

# Dodecaedro tronco elevato





# Modelli reali del dodecaedro tronco e del dodecaedro tronco elevato

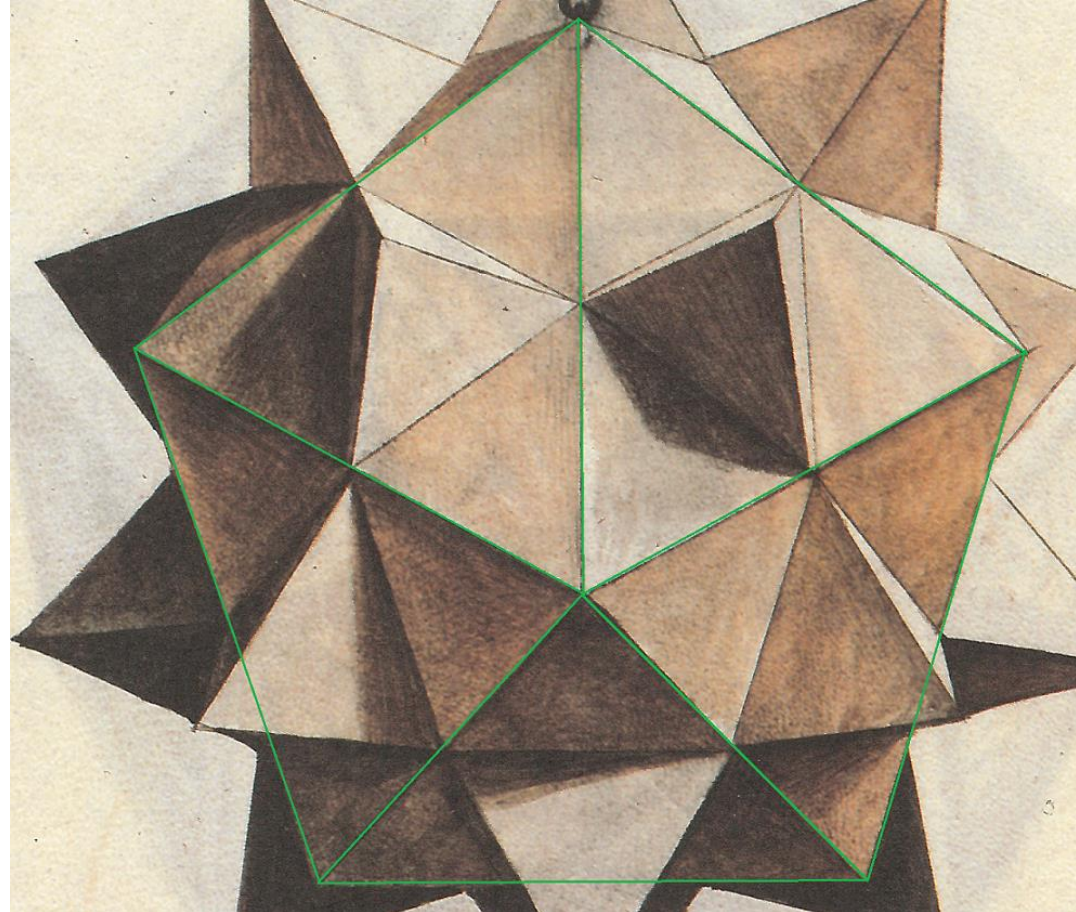


Icosidodecaedro e Icosidodecaedro elevato

# Icosidodecaedro elevato – la tavola di Leonardo

*Dalle immagini ai modelli*

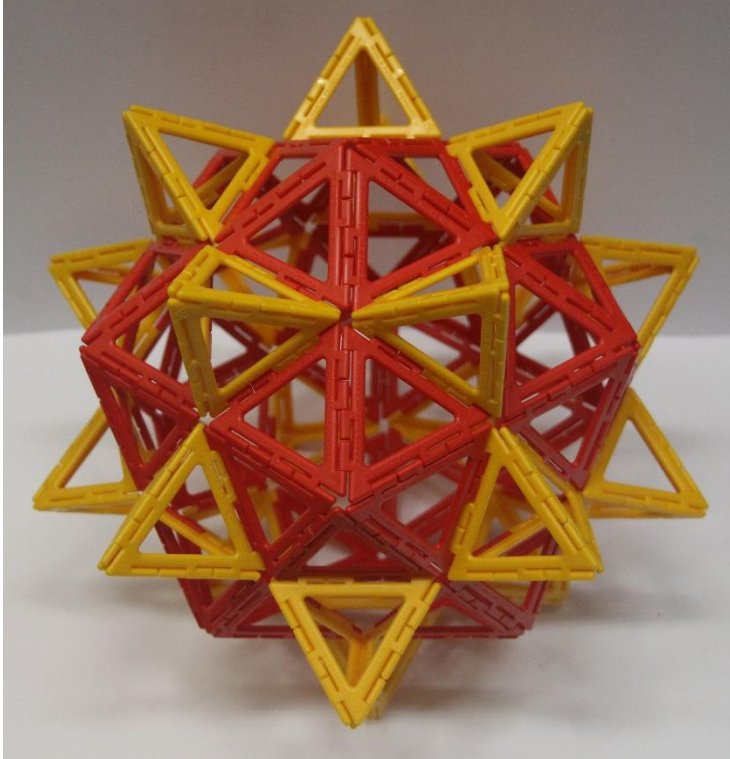
- particolare



Qui Leonardo e Pacioli non hanno commesso un errore



# Un altro problema



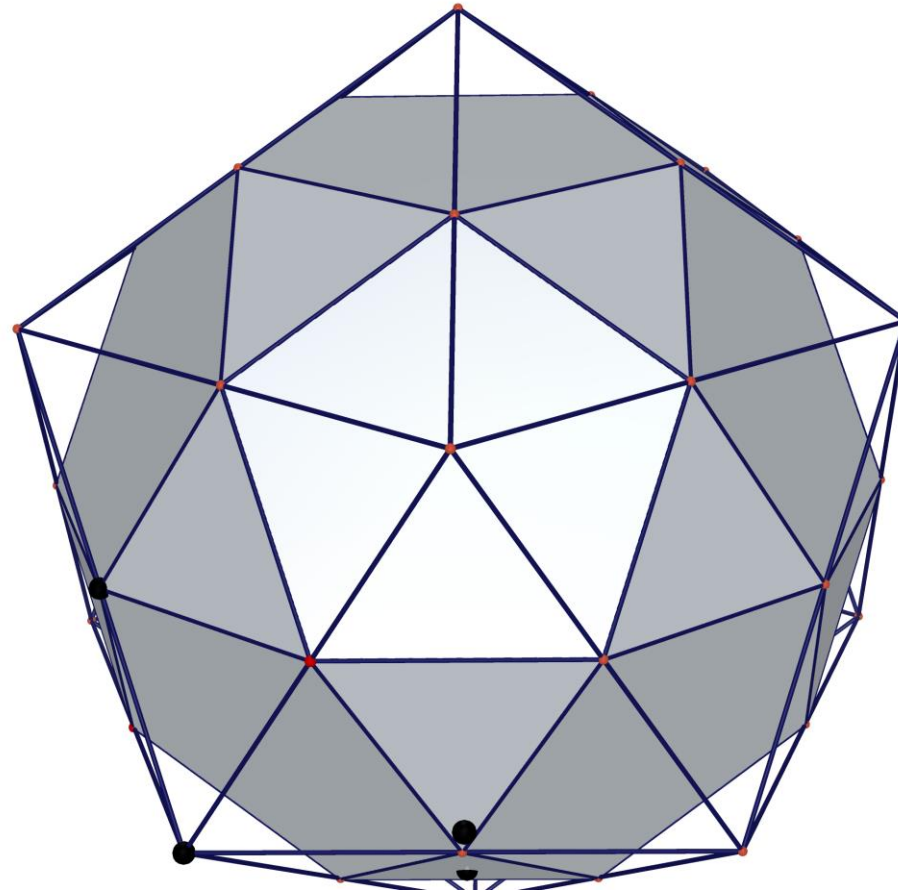
Pacioli è interessato ad un altro problema

***I vertici delle 6 piramidi superiori sono  
complanari?***

Pacioli dice di sì e dichiara di usare la *subtilissima pratica maxime de algebra & almucabala*.

*Algebra & almucabala*: a procedure di calcolo descritte da Al-Khuwaritzi, introdotte in Europa da Leonardo Pisano (Fibonacci) nel *Liber Abaci* del 1202 e divulgate da Luca Pacioli a mezzo stampa nel *Summa* pubblicato nel 1494.

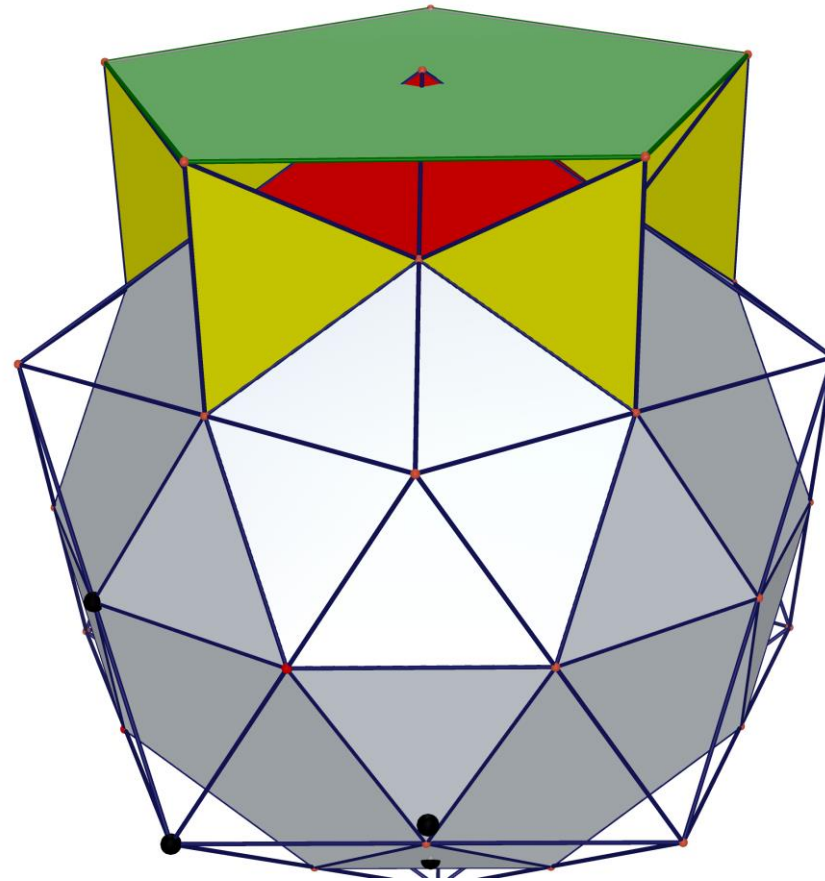
# Modello virtuale di icosidodecaedro



Costruito nel 2015 dagli studenti di quarta (12° anno di scolarità) del Liceo *Nomentano* partecipanti al *Progetto Archimede*.

[File Cabri 3D](#)

# Modello virtuale di icosidodecaedro



*La subtilissima pratica maxime de algebra & almucabala a rari nota ha tradito Pacioli.*

# Per finire

## Con l'uso

- di belle figure
- di modelli reali
- dei modelli virtuali

è possibile **educare lo sguardo** degli studenti introducendoli gradualmente a problemi non banali di geometria dello spazio fin dal primo anno delle scuole secondarie di secondo grado (9° anno di scolarità) riallacciandosi senza soluzione di continuità alla geometria dello spazio studiata l'anno precedente nelle scuole secondarie di primo grado (8° anno di scolarità).