Laboratorio di introduzione all'uso di Cabri. I commenti degli specializzandi.

Giuseppe Accascina

Dipartimento Me.Mo.Mat Università "La Sapienza" di Roma – SSIS del Lazio

Sono arrivato con cinque minuti di ritardo e non ho capito cosa devo scrivere di preciso, credo, avendo ricostruito dai racconti dei colleghi, che serva un commento alla giornata passata in laboratorio ad imparare ad usare Cabri.

Appena arrivato ricordo di essermi sentito un po' a disagio, tutta quella gente seduta, forse troppa, in silenzio, quel caldo afoso, sembrava un agguato di Pigmei nella Foresta Amazzonica ed il dubbio legittimo di essere la vittima designata se ne è andato solo dopo diversi minuti. Poi ricordo uno schermo bianco e, di fronte, i miei colleghi gentili che col mouse disegnavano segmenti, punti, i più audaci qualche circonferenza, imponendo che passasse per tre punti o scegliendo centro e raggio. Ho cominciato a nutrire un tiepido entusiasmo per il nuovo strumento, dimostrava una certa duttilità, parlava italiano e sembrava davvero facile da usare. L'entusiasmo è davvero cresciuto quando ***ho potuto toccare un triangolo***[1]*, deformarlo, tirare un segmento, calcolare la misura di un angolo senza sforzo:* ***lo strumento mi permetteva di palpare la geometria Euclidea****, mettere le mani su quel mondo che sin dai primi studi di matematica avevo solo sognato e disegnato. Bene l'entusiasmo è sempre motore di ogni mia azione ma serve anche qualche buona riflessione razionale. Mi sono domandato e continuo a domandarmi: - In che modo usare questo strumento per rendere la preparazione di un mio futuro studente più ricca della mia?*

Sicuramente fare le cose che facevo io con righello e compasso (costruzione di triangoli equilateri ed assi vari) è spassoso e non costringe lo studente a confrontarsi e, forse, a distrarsi con matite non perfettamente temperate, polvere di mina che macchia i fogli, gomme sporche e mal funzionanti, ma sicuramente non rende la preparazione dello studente più ricca della mia.

Semmai può essere un buon modo per familiarizzare col nuovo programma. Mi sembra, e credo che ce lo abbiate mostrato chiaramente, che la possibilità di deformare una figura, ad esempio spostandone i punti, induca lo studente a congetturare proprietà valide in generale. Fatta salva l'importanza delle dimostrazioni e chiarito categoricamente il fatto che spostare punti su un monitor non è fare matematica, lo studente può visualizzare alcune proprietà e magari memorizzarle meglio o perché dedotte o perché legate alla sensazione visiva e tattile che dà il programma. Il rischio di non sentire l'esigenza della dimostrazione è alto e mi chiedevo se non

[1] Il grassetto, qui come altrove, è stato aggiunto da me.

esiste un caso in cui una proprietà che sembra vera sul PC viene smentita da un teorema. In tal caso, posto davanti all'evidenza, anche il ragazzo più diffidente dovrebbe credere alle parole profetiche del professore: - Non vi fidate dei vostri sensi, Cabri a volte inganna![2]

E' il commento di **Stefano C.** al primo incontro del Laboratorio di introduzione all'uso di software didattico nell'insegnamento - apprendimento della matematica nelle scuola secondaria superiore da me gestito, con la collaborazione del Prof. Giovanni Margiotta, nell'ambito della SSIS del Lazio.

Gli specializzandi del primo anno dell'indirizzo fisico, informatico, matematico sono suddivisi in due gruppi. Uno è numeroso, circa 45 studenti; il che implica 2-3 persone per ognuno dei 20 computer. Da qui il "caldo afoso" di cui parla Stefano C, anche se era il 19 dicembre 2002. Il primo incontro del secondo gruppo, formato "solo" da 25 studenti, ha avuto luogo l'11 marzo 2003.

Il Laboratorio consiste in quattro incontri di quattro ore l'uno, il primo dedicato a Cabri, gli altri tre a Derive.

A valle del laboratorio non è prevista alcuna valutazione degli specializzandi ai quali è solo richiesto, di farmi pervenire via e-mail, subito dopo ogni incontro, un commento al lavoro svolto; anche questo non è oggetto di valutazione.

Ho scelto alcuni brani dai commenti degli specializzandi di quest'anno sul primo incontro che mettono in luce o la struttura dell'incontro o alcuni punti, secondo me, delicati dell'uso di Cabri.

Non ho inserito brani che toccano argomenti molto trattati dagli specializzandi ma ben noti quali: l'entusiasmo degli specializzandi per il software, l'importanza del "dragging", la necessità di far capire agli studenti che l'esplorazione non sostituisce la dimostrazione, che le misure sono approssimate e che quindi le risposte di Cabri a domande del tipo "appartiene a …", "allineato") vanno prese con le molle[3].

Ho inserito parti di alcune schede distribuite agli specializzandi. Sono parte di una più ampia proposta di attività di Problem Solving e Problem Posing con Cabri[4] .

1. Pre – giudizi

Ritengo importante che un docente sappia far uso di tutti i mezzi a sua disposizione per trasmettere agli studenti non solo i contenuti, ma anche ***il fascino della materia che insegna****.* ***Credo che i software didattici siano degli strumenti adatti a questo scopo****, ed ecco perché ho apprezzato l'idea*

[2] Ho provato, senza successo, a far "sbagliare" Cabri. Durante il bel convegno *L'insegnamento della Geometria oggi e domani (CABRIRRSAE anno 10°)*, organizzato dall'Irre Emilia e Romagna, Jean - Marie Laborde, l'ideatore di Cabri, mi ha confermato che è possibile far ciò, che lui ha vari esempi. Non ho osato chiedergli di mostrarmene qualcuno.

[3] Nel sito http://www. dmmm.uniroma1.it/persone/accascina Sono stati inseriti tutti i commenti degli studenti.

[4] Giuseppe Accascina, Giovanni Margiotta *Alla ricerca di triangoli equilateri con Cabri. Prima parte*, Progetto Alice, n. 8 (2002) pp. 175 – 199; *seconda parte*, n. 9 (2002) pp. 383 – 408; *terza parte*, n.10 (2003) pp. 1 - 23.
Dal sito citato sopra è possibile scaricare i tre articoli, tutte le schede utilizzabili con gli studenti e tutti i file Cabri.

di dedicare un corso alla presentazione di due di essi - che io personalmente nella mia carriera scolastica non avevo mai incontrato ma che ho scoperto, facendo tirocinio, diffusi nelle scuole -.

Francesca A.

Inizialmente credevo che si trattasse di un ***programma grafico da utilizzare per ottenere, con poco sforzo, figure geometriche.***

Patricia A.

Avevo già sentito parlare di tale software nella scuola dove sto effettuando il tirocinio, ma le mie conoscenze su di esso erano davvero minime: sapevo solo che ***Cabri serve per fare disegni geometrici****.*

Rita C.

Prima della lezione sul programma Cabri ***non credevo che l'uso di programmi di questo tipo potesse essere di grande aiuto per l'insegnamento*** *agli studenti delle scuole superiori.*
Non avevo mai sperimentato personalmente l'uso di programmi come Cabri ed evidentemente ***non avevo la minima idea di come poterli utilizzare per renderli utili all'insegnamento.***

Andrea G.

Il programma lo conoscevo di nome e ***mi sembrava abbastanza inutile****:* ***perché introdurre il movimento nella geometria euclidea?***

Luca L.V.

Io già insegno da alcuni anni (come precario) nella scuola e spesso mi è capitato di sentire parlare di programmi come Cabri o Derive da utilizzare come ausilio alla didattica: purtroppo però non avevo mai potuto capire fino in fondo le rispettive potenzialità, e ***non mi sono mai arrischiato a condurre una classe in laboratorio.***

Sandro F.

Nonostante il mio ***scetticismo iniziale*** *(non avevo mai utilizzato un software per la matematica) sono rimasta piacevolmente sorpresa del possibile uso di questo programma. Questo per una ragione principale: riesce finalmente a rendere "viva" una materia ostica come la geometria.*
Sembra assurdo vedere come, ***proprio quando ci si trova davanti a cose così concrete come le figure geometriche, gli alunni si trovino in un mare di difficoltà****. Eppure anche io che "andavo bene a matematica" a volte nelle scuole superiori mi sono arresa di fronte ad un problema di geometria e quante volte i ragazzi a cui facevo ripetizione mi hanno chiesto:* ***perché lo devo dimostrare? non si vede?*** *e quante altre volte ancora disegnando una figura i ragazzi incappavano in casi particolari e ne deducevano regole valide in generale (ex. segmenti che sembrano sempre uguali invece lo sono solo in quel caso). Questo perché, di solito, i ragazzi vedono la geometria come una cosa "statica": non comprendono che una figura si può disegnare in vari modi, che è*

possibile ruotarla, traslarla, ridurla in scala senza cambiare le sue proprietà; non comprendono che ***quando fanno una dimostrazione non devono seguire quella del libro ma possono utilizzare tutta la loro creatività****; non comprendono che una proprietà che a loro può sembrare ovvia non lo è più modificando di poco la figura.*

Edvige G.

2. L'inizio dell'attività in laboratorio

Il corso è iniziato tenendo conto che la maggior parte degli specializzandi vedeva Cabri per la prima volta (breve premessa, descrizione dei comandi fondamentali: come disegnare punti, rette, circonferenze, poligoni, etc…). Le schede di lavoro, chiare e particolareggiate, hanno permesso di non distrarsi per prendere appunti, e soprattutto, forniscono la possibilità di essere riutilizzate nella scuola.

Alessandra C.

SCHEDA 1

……..

Problema 1.1.
Disegnare due punti A e B e uno dei triangoli equilateri aventi come lato il segmento AB (proposizione 1 del libro 1 degli Elementi di Euclide)

L'insegnante ha brevemente introdotto il programma e, tramite la video proiezione, ha spiegato i principali strumenti per il suo utilizzo agendo sui comandi del proprio computer. In questo modo l'insegnante ha mostrato – a noi "sissini" – direttamente come si usa il Cabri e indirettamente come si può insegnare agli studenti delle scuole superiori ad usare il programma Cabri.

Dopo aver mostrato come disegnare un punto, un segmento e una circonferenza, l'insegnante ha proposto il primo esercizio.

L'insegnante, senza intervenire, ha lasciato che ognuno, per proprio conto, risolvesse il problema; poi, lo ha corretto alla lavagna e ha illustrato uno strumento (la macro) per salvare non solo la figura costruita, ma proprio il procedimento per costruire la figura, a partire da alcuni oggetti iniziali (in questo caso i punti A e B).

Francesca R.

3. Le macro

Dopo una breve presentazione del software Cabri, guidati dal professore abbiamo disegnato una prima semplice costruzione: "dati due punti A, B costruire un triangolo equilatero che abbia come lato il segmento AB", dopo di che ci è stato insegnato come costruire una macro di tale lavoro.

Barbara A.

L'utilizzo delle macro può stimolare lo studente alla ricerca di una scomposizione del disegno che deve ottenere, focalizzando in questo modo gli elementi essenziali della costruzione geometrica.

Maria Cristina G.

4. Le proprietà "evidenti"

SCHEDA 12

…

Problema 3.1.

Dato un triangolo ABC, costruire sul lato AB il triangolo equilatero ABR esterno al triangolo e la circonferenza c1 ad esso circoscritta; ripetere la stessa operazione sul lato BC e sul lato AC. Si ottengono i triangoli equilateri BCP e ACQ e le circonferenze c2 e c3 ad essi circoscritte. Quali proprietà suggerisce la figura?

SCHEDA 13

Disegniamo con lo strumento **Triangolo** un triangolo ABC;

- applichiamo al lato AB la macro **Equilat_Circ_Circ** per disegnare il triangolo ABR e la circonferenza circoscritta c1 di centro O1;
- applichiamo al lato BC la macro **Equilat_Circ_Circ** per disegnare il triangolo ABR e la circonferenza circoscritta c2 di centro O2;
- applichiamo al lato AC la macro **Equilat_Circ_Circ** per disegnare il triangolo ABR e la circonferenza circoscritta c3 di centro O3.

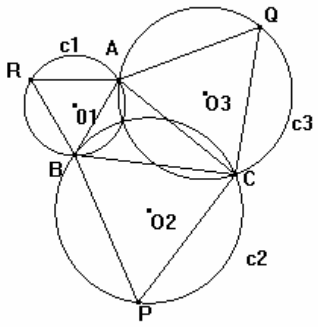

Figura_3_1

Chiamiamo le circonferenze c1, c2 e c3 **circonferenze di Fermat.**

Ci siamo soffermati in particolare sulle circonferenze di Fermat, cioè le circonferenze circoscritte ai triangoli equilateri costruiti esternamente ai lati di un triangolo qualunque. E' qui che appaiono evidenti le potenzialità di Cabri: solo con carta e penna sarebbe stato molto difficile capire che le circonferenze di Fermat si intersecano in uno stesso punto, qualunque sia il triangolo di partenza.

Stefano Di G.

… proprio perché certe proprietà sono invarianti, spesso tendono a sfuggire perché non cambiano quando modifichiamo le configurazioni che disegniamo. Bisogna sapere quindi come rompere le simmetrie per vedere cosa effettivamente cambia e cosa non. Bisogna saper negare le ipotesi (quindi prima di tutto conoscerle) dei teoremi per scoprire cosa in quel caso non vale più. La

facilità dell'uso del software spesso nasconde gli invarianti. Lo abbiamo sperimentato tutti con un esercizio sulle circonferenze di Fermat[5].

Angelo M.

A questo punto l'insegnante ha chiesto di scrivere le proprietà suggerite dalla figura su un foglio con il proprio nome e di consegnarglielo. Si è notato che, sebbene fossero già due ore che si stava lavorando al computer e che l'insegnante avesse concesso una pausa, molti di noi rimanevano davanti al computer per cercare di terminare l'esercizio (cioè che se si stimola l'interesse, aumenta il tempo di attenzione da dedicare ad un esercizio, una lezione…).

Finita la pausa l'insegnante ha letto le nostre risposte. Si è notato che molti non avevano messo le proprietà più evidenti e basilari, forse perché ritenute troppo scontate o forse non viste neanche perché troppo semplici...

Francesca R.

… La parte significativa della lezione viene ora: ci è stato dato del tempo per scoprire delle proprietà di una figura (un triangolo qualsiasi sui cui lati sono costruiti dei triangoli equilateri esterni al triangolo di partenza e le circonferenze circoscritte a tali triangoli). Tale attività, che ci ha coinvolti al punto di ritardare l'intervallo, è un esempio di lavoro che si può proporre anche a scuola: la particolarità di questa attività è quella di porre lo studente in una condizione di ricercatore con la possibilità di studiare molti casi, cosa che senza il supporto del programma non sarebbe possibile in breve tempo e con la stessa precisione.

La cosa sorprendente che è emersa è che non tutti abbiamo evidenziato la proprietà principale della figura: l'intersezione delle tre circonferenze.

Silvia S.

… anche noi specializzandi, affascinati dalla semplicità e dalla "evidenza" dei disegni di Cabri, abbiamo dato per scontate certe situazioni che anche se intuitivamente evidenti devono prima di tutto essere esplicitate e poi dimostrate.

Amalia De F.

La precisione del disegno in Cabri, permette di fare congetture ed ognuno di noi ha trovato, chi più e chi meno, delle proprietà su di esse. Quasi tutti avevamo notato che congiungendo i centri delle circonferenze si ottiene un triangolo equilatero (teorema di Napoleone) ma molti (tra cui io stessa) avevano dato per scontato una proprietà che scontata non lo era affatto! Le tre

[5] Stefano Di G. e Angelo M., autori dei precedenti commenti, appartengono entrambi al primo gruppo. Agli specializzandi di questo gruppo, dopo che tutti avevano disegnato la figura 3.1., abbiamo chiesto collettivamente di pensare a quali proprietà suggerisce la figura. Dopo circa 10 minuti abbiamo chiesto loro di darci una risposta. Alcuni hanno detto che il triangolo congiungente i centri è equilatero, altri hanno affermato che il punto di intersezione delle tre circonferenze appartiene alle rette AP, BQ e CR. Solo più tardi uno studente ha fatto notare che le tre circonferenze si intersecano in un punto.
Gli autori di tutti i successivi commenti appartengono al secondo gruppo, per il quale è stata usata una diversa strategia.

circonferenze si incontrano tutte in un punto (punto di Fermat) ma Cabri, rendendo questo evidente, ha fatto in modo che molti di noi non lo notassero.

Rita C.

Di quest'ultima figura dovevamo poi congetturare delle relazioni fra gli enti geometrici coinvolti, ognuno di noi ha riportato su un foglio le proprie osservazioni. Questi fogli sono stati raccolti e letti ad alta voce dal professore, ciò ha reso evidente come siano state differenti le osservazioni fatte e come a volte si possa dare per scontato certe cose, infatti la precisione con cui queste costruzioni vengono disegnate con Cabri può indurre nell'errore di non vedere certe proprietà della figura perché date per scontato.

Barbara A.

E' stato per me molto interessante capire come un corretto utilizzo di questo programma possa portare all'evidenza delle proprietà geometriche che sarebbero rimaste molto probabilmente celate con una costruzione "a mano" con riga e compasso.
Un'evidenza che addirittura può risultare così palese da sembrare scontata anche quando non lo è[6]*!!!*

Marilena T.

Le 23 risposte degli specializzandi sono di quattro tipi:

- Non si nota esplicitamente che le tre circonferenze di Fermat si intersecano in un punto e non si osserva alcuna proprietà riguardante il punto di intersezione (5 risposte);
- Non si nota esplicitamente che le tre circonferenze di Fermat si intersecano in un punto ma si evidenziano alcune proprietà del punto di intersezione (6 risposte);
- Si nota, in modo involuto, che due circonferenze si intersecano sulla terza ma non si evidenzia alcuna proprietà del punto di intersezione (5 risposte);
- Si nota esplicitamente che le tre circonferenze si intersecano in un punto e se ne evidenziano alcune proprietà (7 risposte).

La parte restante dell'incontro (circa un'ora e mezza) è stata dedicata ad attività di problem posing e problem solving. In particolare si è andati alla ricerca di triangoli equilateri circoscritti ad un generico triangolo; attività descritta nella terzo degli articoli citati in precedenza.

[6] Abbiamo evidenziato questo tipo di "cecità" da parte di studenti di ogni livello e anche di docenti di matematica esperti nell'uso di Cabri in:
G.Accascina, G.Margiotta **G.Accascina, G.Margiotta** *L'allineamento in Problem Posing con software didattici* in G. Accascina, G. Margiotta (a cura di) *Problem Posing e calcolatore* (in corso di pubblicazione presso Franco Angeli Editore).

5. **Post – giudizi**

In particolare la parte di problem solving mi ha fatto riflettere su come effettivamente sia diverso, a livello psicologico, scoprire una proprietà piuttosto che costruire a mano una figura geometrica complicata per poi andare a dimostrarla. Cabri permette proprio di fare congetture e di esaminare un gran numero di casi utilizzando la sua caratteristica di muovere la costruzione fatta spostando i suoi punti base.

Barbara C.

Mi sembra molto interessante riproporre l'utilizzo del software nelle scuole per vari motivi; il primo riguarda il fatto che in questo modo lo studente è in grado di "costruirsi" i teoremi e le dimostrazioni personalmente, facilitando in tal modo l'acquisizione dei concetti da studiare. Il secondo è legato alla possibilità di sviluppare capacità di ragionamento rispetto ai problemi posti. Il terzo riguarda la possibilità di generalizzare un teorema e di capire sotto quali condizioni non è più valido.

Alessandro I.

L'utilizzo di questo software oltre a favorire l'attività di problem solving, ovvero di risoluzione di problemi assegnati, stimola l'attività di problem posing, cioè è lo studente stesso che, dall'osservazione del grafico e delle sue proprietà, è stimolato a porsi dei problemi e degli interrogativi cui rispondere. Il grande vantaggio dell'utilizzo di questo programma consiste quindi nel mettere in grado lo studente di arrivare da solo alla soluzione di quesiti che altrimenti risulterebbero molto più complessi da affrontare. Ovviamente, l'opportunità di avere a disposizione uno strumento grafico così potente può anche portare lo svantaggio di rendere troppo evidenti le conclusioni di un ragionamento, demotivando lo studente o facendogli ritenere inutile alcun tipo di dimostrazione di proprietà che appaiono sin troppo evidenti dal disegno.

Stefania D.G

Ritengo che la funzione principale di un software come Cabri sia quella di riuscire ad avvicinare alla Geometria anche gli studenti meno coinvolti da questa materia.

Il fatto che alcune proprietà geometriche possano esser "scoperte" direttamente dallo studente sarà sicuramente più stimolante rispetto ad uno studio più meccanico di una serie di teoremi. Credo anche che lavorare a stretto contatto con le figure geometriche renda più comprensibili i concetti teorici.

La dinamicità del disegno è senza dubbio il maggior vantaggio che Cabri ci offre. La possibilità di muovere le figure e variarne le dimensioni permette di analizzarne le proprietà generali e di visualizzarle in modo immediato.

Tuttavia l' "evidenza" di alcune proprietà geometriche potrebbe diminuire la motivazione dello studente a dimostrare.
E' possibile inoltre (ed a mio parere è lo svantaggio maggiore di Cabri) che quest'evidenza porti gli studenti a dar per scontati alcuni risultati non così ovvi.

Sonia C.