

**UNIVERSITA' DEL LAZIO**  
La Sapienza - Tor Vergata - Roma Tre - IUSM - La Tuscia - Cassino - LUMSA  
**Scuola di Specializzazione all'Insegnamento Secondario**  
**Indirizzo Fisico, Matematico, Informatico**  
**Corso abilitante ex lege 143/2004 - A.A. 2006-07**

**PROVA FINALE – SCRITTO -PROGRAMMA**

**Classe A048**

**Programma di Matematica applicata per la prova scritta**

Il programma della prova scritta coincide con la parte riguardante la statistica del programma del corso “Matematica e laboratorio” per il biennio e il triennio del Progetto I.G.E.A. per gli istituti tecnici commerciali indirizzo Giuridico economico aziendale.

Esempio di prova scritta:

Tema: *Dal campione alla popolazione: stime e stimatori.*

*Facendo esplicito riferimento ad uno degli insegnamenti relativi alla classe A048, il candidato illustri sinteticamente (max 6 pagine) un progetto di percorso didattico sul tema proposto con lo stile di un'esposizione indirizzata a un collega docente di matematica applicata.*

**Programma di ““Matematica e laboratorio” per il biennio e il triennio del Progetto I.G.E.A. per gli istituti tecnici commerciali indirizzo Giuridico economico aziendale, parte riguardante la statistica.**

**“MATEMATICA E LABORATORIO” BIENNIO**

**FINALITÀ DELL'INSEGNAMENTO**

L'insegnamento di matematica (con informatica) promuove:

- lo sviluppo di capacità intuitive e logiche;
- la capacità di utilizzare procedimenti euristic;
- la maturazione dei processi di astrazione e di formazione dei concetti;
- la capacità di ragionare induttivamente e deduttivamente;
- lo sviluppo delle attitudini analitiche e sintetiche;
- l'abitudine alla precisione di linguaggio;
- la capacità di ragionamento coerente ed argomentato;
- la consapevolezza degli aspetti culturali e tecnologici emergenti dei nuovi mezzi informatici;
- l'interesse per il rilievo storico di alcuni importanti eventi nello sviluppo del pensiero matematico.

La Matematica, parte rilevante del pensiero umano ed elemento motore dello stesso pensiero filosofico, ha in ogni tempo operato su due fronti: da una parte si è rivolta a risolvere problemi ed a rispondere ai grandi interrogativi che man mano l'uomo si poneva sul significato della realtà che lo circonda; dall'altra sviluppandosi autonomamente, ha posto affascinanti interrogativi sulla portata, il significato e la consistenza delle sue stesse costruzioni culturali.

Oggi queste due attività si sono ancor più accentuate e caratterizzate. La prima per la maggiore capacità di interpretazione e di previsione che la matematica ha acquistato nei riguardi dei fenomeni non solo naturali, ma anche economici e della vita sociale in genere, e che l'ha portata ad accogliere e a valorizzare, accanto ai tradizionali processi deduttivi, anche i processi induttivi. La seconda per lo sviluppo del processo di formalizzazione che ha trovato nella logica e nell'informatica un riscontro significativo. Sono due spinte divergenti, ma che determinano con il loro mutuo influenzarsi il progresso del pensiero matematico.

Coerentemente con questo processo, l'insegnamento della matematica si è sempre orientato e continua ad orientarsi in due distinte direzioni: da una parte «leggere il libro della natura» e matematizzare la realtà esterna; dall'altra simboleggiare e formalizzare i propri strumenti

di lettura attraverso la costruzione di modelli interpretativi. Queste due direzioni confluiscono, intrecciandosi ed integrandosi con reciproco vantaggio, in un unico risultato: la formazione e la crescita dell'intelligenza dei giovani.

Le finalità indicate sopra concorrono, in armonia con l'insegnamento delle altre discipline, alla promozione culturale ed alla formazione umana di tutti i giovani.

In un corso di studi ad indirizzo tecnico l'insegnamento deve inoltre confermare l'orientamento dei giovani per questo tipo di studi, potenziare e sviluppare le loro attitudini e dare le necessarie conoscenze per seguire proficuamente e senza traumi gli studi scientifici o tecnici a livello superiore.

## **Obiettivi di apprendimento**

Alla fine del biennio lo studente dovrà essere in grado di:

- individuare proprietà invarianti per trasformazioni elementari;
- dimostrare proprietà di figure geometriche;
- utilizzare consapevolmente le tecniche e le procedure di calcolo studiate;
- riconoscere e costruire relazioni e funzioni;
- comprendere il senso dei formalismi matematici introdotti;
- cogliere analogie strutturali e individuare strutture fondamentali;
- matematizzare semplici situazioni problematiche in vari ambiti disciplinari;
- riconoscere le regole della logica e del corretto ragionare;
- adoperare i metodi, i linguaggi e gli strumenti informatici introdotti;
- inquadrare storicamente qualche momento significativo dell'evoluzione del pensiero matematico.

## **Contenuti**

### **Tema 4. Elementi di probabilità e di statistica.**

- 4.1 Semplici spazi di probabilità: eventi aleatori, eventi disgiunti e "regola della somma".
- 4.2 Probabilità condizionata, probabilità composta. Eventi indipendenti e "regola del prodotto".
- 4.3 Elementi di statistica descrittiva: rilevazione di dati, valori di sintesi, indici di variabilità, regressione e correlazione.

### **Tema 4. Elementi di probabilità e statistica**

Lo studio delle probabilità, da un lato sviluppa un corretto approccio all'analisi di situazioni in condizioni di incertezza, dando strumenti per trattare razionalmente le proprie informazioni e assumere decisioni coerenti e, dall'altro, fornisce nuovi ambiti in cui è possibile svolgere interessanti esempi di matematizzazione.

Per il consolidamento di una mentalità probabilistica che orienti lo studente anche nei giudizi della vita corrente, sono essenziali un avvio ragionato alle varie definizioni di probabilità ed una ricca esemplificazione tratta da situazioni reali.

Lo studio delle probabilità costituisce inoltre un contesto in cui la formalizzazione e l'astrazione possono far pervenire ad una strutturazione assiomatica della teoria. Nella soluzione dei problemi è bene utilizzare una molteplicità di strumenti quali il calcolo combinatorio, i diagrammi di Eulero-Venn e grafi di vario tipo.

I contenuti della parte di statistica costituiscono l'occasione per una messa a punto più rigorosa e formalizzata di concetti e di strumenti in parte già conosciuti suggerendone una più consolidata familiarizzazione attraverso applicazioni a problemi e contesti di tipo interdisciplinare. Particolare importanza riveste l'analisi e l'interpretazione dei dati presentati in varie forme, da quelle tabellari a quelle grafiche o a quelle più sintetiche, per mettere lo studente in grado di fruire correttamente e criticamente delle informazioni statistiche che a vario titolo gli pervengono.

## **INDICAZIONI DIDATTICHE**

Non ci si può illudere di poter partire dalla disciplina già confezionata, cioè da teorie e da concetti già elaborati e scritti, senza prendersi cura dei processi costruttivi che li riguardano. È invece importante partire da situazioni didattiche che favoriscano l'insorgere di problemi matematizzabili, la pratica di procedimenti euristici per risolverli, la genesi dei concetti e delle teorie, l'approccio a sistemi assiomatici e formali.

Le fonti naturali di queste situazioni sono il mondo reale, la stessa matematica e tutte le altre scienze. Ciò lascia intravedere possibili momenti di pratica interdisciplinare, prima nella scoperta e nella caratterizzazione delle diverse discipline in base al loro oggetto e al loro metodo, poi nel loro uso convergente nel momento conoscitivo.

Dei processi di matematizzazione esistono modelli storici esemplari in grado di illustrare anche le intrinseche difficoltà: si pensi alla matematizzazione pre-euclidea in ambito geometrico e al suo difficile rigoroso approdo euclideo-hilbertiano, al sistema formale dell'aritmetica, delle teorie riguardanti i numeri reali, alla logica, alla probabilità ecc. In tal senso proprio la riflessione sul ruolo dei modelli e del linguaggio matematico in fisica e nei sistemi complessi della biologia e della sociologia fa cogliere la portata di questo riferimento anche per la didattica della matematica.

Il problema didattico centrale che si pone al docente nell'attuazione dei programmi risiede nella scelta di situazioni particolarmente idonee a far insorgere in modo naturale congetture, ipotesi, problemi. Per una pratica didattica così finalizzata, offrono prioritaria ispirazione i risultati delle ricerche in campo storico-epistemologico, in quello psico-pedagogico, nonché in quello metodologico-didattico.

La scelta delle situazioni e dei problemi rientra in un quadro più vasto di progettazione didattica che si realizza attraverso la valutazione delle disponibilità psicologiche e dei livelli di partenza dei singoli studenti, l'analisi e la determinazione degli obiettivi di apprendimento, l'analisi e la selezione dei contenuti, l'individuazione di metodologie e tecniche opportune, l'adozione di adeguate modalità di verifica. Questa progettazione sostiene il lavoro didattico, favorisce la collocazione dei contenuti nel quadro di sapere scientifico, permette di individuare con più chiarezza la loro importanza e la difficoltà del loro apprendimento.

Il programma si articola in cinque grandi temi a cui si aggiunge il laboratorio di informatica, con valore operativo in senso trasversale rispetto ai temi.

Non è prevista una scansione annuale dei contenuti.

L'ordine con cui sono proposti i cinque temi non è da interpretare come ordine di svolgimento. Si suggerisce che il docente li sviluppi in modo integrato, partendo da situazioni o contesti che ne mettano in luce le reciproche relazioni e connessioni, nel rispetto dell'identità caratteristica degli argomenti. Ferma restando per tutti l'acquisizione dei contenuti indicati, è necessario che il docente produca esemplificazioni, situazioni e applicazioni tendenzialmente orientate secondo le esigenze e gli interessi preminenti dei vari indirizzi di studio.

I linguaggi di programmazione, gli algoritmi risolutivi dei problemi e l'aspetto operativo offerto dai calcolatori si possono utilizzare come occasioni per valorizzare nuovi accessi all'astrazione, modalità più dirette e distinte di familiarizzazione con i linguaggi formali.

La verifica dell'apprendimento deve essere strettamente correlata e coerente, nei contenuti e nei metodi, col complesso di tutte le attività svolte durante il processo di insegnamento-apprendimento. Non può quindi ridursi ad un controllo formale sulla padronanza solo delle abilità di calcolo o di particolari conoscenze mnemoniche, deve invece vertere in modo equilibrato su tutte le tematiche e tenere conto di tutti gli obiettivi evidenziati nel presente programma.

A tal fine l'insegnante deve avvalersi di verifiche scritte e orali.

Le verifiche scritte possono essere articolate sia sotto forma di problemi ed esercizi di tipo tradizionale, sia sotto forma di test: possono anche consistere in brevi relazioni su argomenti specifici proposti dal docente o nella stesura (individuale o a piccoli gruppi) di semplici programmi costruiti nell'ambito del laboratorio di informatica.

Le interrogazioni orali sono utili soprattutto per valutare le capacità di ragionamento e i progressi raggiunti nella chiarezza e nella proprietà di espressione.

Nel corso delle verifiche scritte è giustificato l'uso degli stessi sussidi didattici utilizzati nell'attività di insegnamento-apprendimento (calcolatrici tascabili, strumenti da disegno e, se ritenuto opportuno, manuali e testi scolastici).

## **“MATEMATICA E LABORATORIO” TRIENNIO**

### **FINALITA' DELL'INSEGNAMENTO**

L'insegnamento della matematica nel triennio di una scuola secondaria superiore amplia e prosegue quel processo di preparazione culturale e di promozione umana dei giovani che è iniziato nel biennio; in armonia con gli insegnamenti delle altre discipline, esso contribuisce alla loro crescita intellettuale ed alla loro formazione critica.

Lo studio della matematica, infatti, in questa fase della vita scolastica dei giovani, promuove in essi:

- il consolidamento del possesso delle più significative costruzioni concettuali;
- l'esercizio ad interpretare, descrivere e rappresentare ogni fenomeno osservato;
- 'abitudine a studiare ogni questione attraverso l'esame analitico dei suoi fattori;
- l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente quanto viene via via conosciuto ed appreso.

Queste finalità di carattere generale, che sono culturali ed educative e pertanto comuni a tutti gli indirizzi di studio, si integrano nei singoli istituti con le loro finalità specifiche e si adattano alle loro esigenze; in ciascuno di questi, infatti, la contiguità con le materie di indirizzo e la necessità dell'interdisciplinarità non consentono che l'insegnamento sia condotto in modo autonomo e distaccato e richiedono anzi che esso acquisti prospettive ed aspetti particolari in relazione alle caratteristiche dell'indirizzo.

In particolare, nel triennio di qualsiasi istituto tecnico, l'insegnamento della matematica ha il compito di sviluppare anche le conoscenze connesse con la specificità dell'indirizzo e di contribuire a rafforzare - sul piano dell'astrazione e della sintesi formale - lo studio dei modelli applicativi tipici delle discipline professionali; in tal modo esso concorre a fare acquisire ai giovani quella mentalità tecnica che consentirà loro di inserirsi più efficacemente nel mondo professionale o di affrontare serenamente studi tecnico-scientifici a livello superiore.

## OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO

Il presente programma mira ad inserire le competenze raggiunte dagli allievi alla fine del biennio in un processo di maggiore astrazione e formalizzazione.

Alla fine del triennio l'allievo dovrà dimostrare di:

- possedere le nozioni ed i procedimenti indicati e padroneggiarne l'organizzazione complessiva, soprattutto sotto l'aspetto concettuale;
- sapere individuare i concetti fondamentali e le strutture di base che unificano le varie branche della matematica;
- avere assimilato il metodo deduttivo e recepito il significato di sistema assiomatico;
- avere consapevolezza del contributo della logica in ambito matematico;
- avere rilevato il valore dei procedimenti induttivi e la loro portata nella risoluzione dei problemi reali;
- avere compreso il valore strumentale della matematica per lo studio delle altre scienze;
- saper affrontare a livello critico situazioni problematiche di varia natura, scegliendo in modo flessibile e personalizzato le strategie di approccio;
- saper elaborare informazioni ed utilizzare consapevolmente metodi di calcolo e strumenti informatici;
- saper tradurre e rappresentare in modo formalizzato problemi finanziari, economici e contabili attraverso il ricorso a modelli matematico-informatici.

## ARTICOLAZIONE DEI CONTENUTI

*Tema 6. Elementi di probabilità e statistica*

- a. Speranza condizionata.
- b. Distribuzione binomiale, normale e di Poisson. Teorema di Bernoulli.
- c. Nozioni fondamentali di statistica inferenziale. teoria del campione, teoria della stima, verifica delle ipotesi, inferenza bemoulliana.

Gli elementi di probabilità previsti in questo tema rispondono all'esigenza di abituare lo studente ad effettuare modellizzazioni, non soltanto deterministiche, di situazioni problematiche.

Lo studio degli automi, previsto dal tema n. I, e delle loro transizioni consente di ampliare le osservazioni all'esame di processi non deterministicci, utilizzando analoghe rappresentazioni, quali grafi, regole ed altro, e di esaminare l'evoluzione tendenziale di un fenomeno.

Le nozioni di statistica inferenziale vanno inserite nel quadro più ampio del problema di decisione in condizioni di certezza e di incertezza. anche per dare allo studente un'idea sufficiente delle procedure seguite da questa scienza nel campo socio-economico. In questo contesto il teorema di Bayes sarà opportunamente ripreso ed applicato.

## INDICAZIONI METODOLOGICHE

I contenuti sopra illustrati, seguendo il metodo adottato dal programma per il biennio, di cui il presente programma è il naturale proseguimento, sono distribuiti per «temi», allo scopo di dare risalto ai concetti fondamentali attorno a cui si aggregano i vari

**SSIS del Lazio- Indirizzo FMI – Abilitazione Speciale ex lege 143/04 – AA 2006-07**

Prova finale - Scritto – Programma

argomenti; la loro ripartizione per anno, nella quale si terrà conto del valore propedeutico che alcuni argomenti di matematica hanno rispetto ad altre discipline previste dall'ordinamento o da un eventuale progetto di sperimentazione attivato nell'istituto, sarà effettuata dagli organi collegiali nell'ambito della loro programmazione didattica. In ogni caso alla fine del triennio il programma deve risultare sviluppato per intero.

Ed ancora, analogamente a quanto è suggerito nel programma per il biennio, il docente avrà cura di predisporre il suo itinerario didattico in modo da mettere in luce analogie e connessione tra argomenti appartenenti a temi diversi, allo scopo di realizzarne l'integrazione e di facilitarne la comprensione da parte degli studenti.

Nel ribadire le indicazioni metodologiche suggerite nel programma per il biennio, si insiste sull'opportunità che l'insegnamento sia condotto per problemi; si prospetti cioè una situazione problematica che stimoli i giovani, dapprima a formulare ipotesi di soluzione mediante il ricorso non solo alle conoscenze già possedute ma anche alla intuizione ed alla fantasia, quindi a ricercare un procedimento risolutivo e scoprire le relazioni matematiche che sottostanno al problema, infine alla generalizzazione e formalizzazione del risultato conseguito ed al suo collegamento con le altre nozioni teoriche già apprese.

Si ricorda a questo proposito che il termine problema va inteso nella sua accezione più ampia, riferito cioè anche a questioni interne alla stessa matematica; in questo caso potrà risultare didatticamente proficuo storcizzare la questione presentandola come una successione di tentativi via via portati a livello di rigore e di astrazione sempre più spinti.

[insegnamento per problemi non esclude però che il docente faccia ricorso ad esercizi di tipo applicativo, sia per consolidare le nozioni apprese dagli studenti, sia per far acquisire loro una sicura padronanza del calcolo.

In questo quadro s'inserisce l'esigenza della sistematizzazione assiomatica della geometria euclidea, la quale condurrà lo studente a riflettere sul significato dei termini matematici, sui loro limiti e sulla loro portata e ad acquisire un modello deduttivo che è diventato modello paradigmatico di ogni altra sistematizzazione razionale.

L'uso dell'elaboratore elettronico sarà via via potenziato utilizzando strumenti e metodi propri dell'informatica nei contesti matematici che vengono progressivamente sviluppati. Si citano alcuni esempi di argomenti nei quali il contributo informatico può essere particolarmente significativo: calcolo approssimato delle soluzioni di un'equazione algebrica o trascendente e di sistemi lineari, applicazioni al calcolo differenziale ed integrale, rappresentazione grafica di una funzione, applicazioni a fatti probabilistici e statistici.

Oltre a permettere l'approfondimento delle conoscenze, dei linguaggi e dei metodi propri dell'informatica, esso consente anche, mediante la visualizzazione di processi algoritmici non attuabile con elaborazione manuale, la verifica sperimentale di nozioni teoriche già apprese e rafforza a sua volta negli studenti l'attitudine all'astrazione ed alla formalizzazione per altra via conseguita.

Il docente infine terrà presenti, ai fini della preparazione professionale degli studenti, le connessioni della matematica con le discipline tecniche d'indirizzo e darà a ciascun argomento uno sviluppo adeguato alla sua importanza nel contesto di queste discipline.

In ogni caso la realtà operativa (aziendale) costituirà il punto di riferimento di ogni trattazione, in modo da dotare il giovane che sarà chiamato a svolgere un'attività di tipo decisionale per la quale non possono bastare intuito ed esperienza, di rigorosi metodi di analisi, di capacità relative alla modellizzazione di situazioni anche complesse, di abilità connesse al trattamento di dati, che gli consentiranno di effettuare scelte consapevoli e razionali.

## MODALITÀ DI VERIFICA E DI VALUTAZIONE

Le fasi di verifica e valutazione dell'apprendimento devono essere strettamente correlate e coerenti, nei contenuti e nei metodi, col complesso di tutte le attività svolte durante il processo di insegnamento-apprendimento della matematica. La valutazione non deve quindi ridursi ad un controllo formale sulla padronanza delle sole abilità di calcolo e di particolari conoscenze mnemoniche degli studenti deve invece vertere in modo equilibrato su tutte le tematiche e tenere conto di tutti gli obiettivi evidenziati nel presente programma.

A tal fine l'insegnante si avvarrà di verifiche scritte e orali. Le verifiche scritte potranno essere articolate sia sotto forma di problemi tradizionali, sia sotto forma di «test», potranno anche consistere in brevi relazioni su argomenti specifici proposti dal docente o nella stesura (individuale o a piccoli gruppi) di semplici programmi costruiti nell'ambito del laboratorio di informatica. Le interrogazioni orali saranno volte soprattutto a valutare le capacità di ragionamento e i progressi raggiunti nella chiarezza e nella proprietà di espressione degli studenti.

Si raccomanda altresì, non soltanto all'inizio del triennio, un'attenta cognizione dei livelli di partenza ed intermedi dei singoli studenti, mediante accertamenti opportunamente calibrati, anche al fine di intraprendere azioni mirate di consolidamento e, se necessario, di recupero, prima di procedere oltre con lo sviluppo del programma.