

**Sapienza - Università di Roma**  
**Facoltà di Ingegneria - A.A. 2012-2013**  
**Analisi Matematica 2 - Ottavo foglio di esercizi**  
**a cura di Ida de Bonis**

**Esercizio 1.** Dato  $w \in \mathbb{C}, w = -8$ , calcolare le radici cubiche di  $w$ , ovvero tutti i numeri  $z \in \mathbb{C}$  per cui vale  $z^3 = w$ .

**Osservazione.**  $z$  è radice  $n$ -esima di  $w$  se  $z^n = w$ .

**Esercizio 2.** Dato il complesso  $z = e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{i\frac{\pi}{2}}$ , calcolare le radici cubiche di  $z$ .

**Esercizio 3.** Risolvere le seguenti equazioni in campo complesso:

- $z^2 + 3iz + 4 = 0$ ;
- $z^2 - 3iz - 2 = 0$ ;
- $z^4 + iz = 0$ ;
- $z|z| - 2|z| + i = 0$ ;
- $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$ ;
- $z^8 - 17z^4 + 16 = 0$ ;
- $\frac{2+2z}{2-2z} = 1$ ;
- $z^4 - z^3 + z^2 = 0$ ;
- $z^4 - (9+i)z^2 + 9i = 0$ ;

**Esercizio 4.** Calcolare le radici quarte di  $w = \frac{\sqrt{3}-i}{3-i\sqrt{3}}$ .

**Esercizio 5.** Semplificare il seguente numero complesso utilizzando la formula di De Moivre:

$$z = \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3}{(1-i)^8}$$

**Esercizio 6.** Calcolare le potenze  $z^2, z^6, z^{22}$  dei seguenti numeri complessi:

a)  $z = \frac{2}{\sqrt{3}-i} + \frac{1}{i}$       b)  $z = \frac{1+i}{2+2i}$

**Esercizio 7.** Calcolare  $\left(\frac{z+1}{z-i}\right)^4 = 1$ .