

Sapienza - Università di Roma
Facoltà di Ingegneria - A.A. 2012-2013
Analisi Matematica 2 - Primo foglio di esercizi
a cura di Ida de Bonis

Esercizio 1. Calcolare i domini delle seguenti funzioni:

$$-f(x, y) = \log(6x - y) + \sqrt{9 - x^2 - y^2};$$

$$-g(x, y) = \sqrt{1 - x - y}\sqrt{1 - y^2};$$

$$-h(x, y) = \sqrt{y^2 - x^4};$$

$$-z(x, y) = \sqrt{3x + y + 1} - \frac{1}{\sqrt{2y - x}}.$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2};$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2};$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2};$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \log(x^2 + y^2);$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6};$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 + 5y^2}{x^2 + 3y^2};$$

$$-\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2y^2}{x^2 + y^2}.$$

Esercizio 3. Verificare la continuità delle seguenti funzioni:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \operatorname{arctg}(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esercizio 4. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che la seguente funzione sia continua su \mathbb{R}^2 :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(y - \sin x)}{e^{y - \sin x} - 1} & \text{se } y > \sin x \\ a & \text{se } y \leq \sin x. \end{cases}$$

Esercizio 5. Stabilire se esiste il limite della seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{\frac{x}{y}} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } y = 0. \end{cases}$$