

Sapienza - Università di Roma
Facoltà di Ingegneria - A.A. 2012-2013
Analisi Matematica 2 - Quarto foglio di esercizi
a cura di Ida de Bonis

Esercizio 1. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = xe^{-nx}$ nell'intervallo $[0, 1]$.

Esercizio 2. Individuare il limite puntuale della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{1}{1+n^2x^2}$ nell'intervallo $[-1, 1]$. Studiare la convergenza uniforme della successione.

Esercizio 3. Individuare il limite puntuale della successione di funzioni $f_n(x) = (\cos x)^{\frac{1}{n}}$ nell'intervallo $[0, \frac{\pi}{3}]$. Studiare la convergenza uniforme della successione.

Esercizio 4. Determinare l'insieme di \mathbb{R} in cui la successione $f_n(x) = nx(3-x^2)^n$ converge puntualmente. Individuare un intervallo in cui la convergenza sia uniforme.

Esercizio 5. Studiare la convergenza della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{1}{1+x^n}$ nell'intervallo $(-1, 1)$.

Esercizio 6. Studiare la convergenza puntuale in \mathbb{R} della successione di funzioni $f_n(x) = x^n \cos(nx)$. Inoltre dimostrare che la successione converge uniformemente in tutti gli intervalli del tipo $[-a, a]$ con $0 < a < 1$.

Esercizio 7. Si studi la convergenza puntuale della seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = x^n \log(n^3x + 1), \quad x \geq 0, \quad n \geq 1$$

Si individui un intervallo di convergenza uniforme.

Esercizio 8. Si individui la regione di convergenza puntuale, la funzione limite $f(x)$ ed almeno un insieme di convergenza uniforme per la seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = ne^{-nx}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Esercizio 9. Si studi la convergenza puntuale ed uniforme della seguente successione di funzioni per $x > 0$:

$$f_n(x) = \frac{\sin \sqrt{nx}}{nx}$$

Esercizio 10. Studiare la convergenza puntuale della successione $f_n(x) = (x(1-x))^n$ in $\mathcal{I} = [0, 1]$ e stabilire se tale convergenza é uniforme in \mathcal{I} .

Esercizio 11. Studiare la convergenza puntuale della successione $f_n(x) = \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^n$ in $\mathcal{I} = [0, +\infty)$ e stabilire se tale convergenza é uniforme in \mathcal{I} .