

Sapienza - Università di Roma
Facoltà di Ingegneria - A.A. 2012-2013
Analisi Matematica 2 - Sesto foglio di esercizi
a cura di Ida de Bonis

Esercizio 1. Calcolare il raggio di convergenza delle seguenti serie:

a) $\sum_n \frac{(n)^n x^n}{n!}$ b) $\sum_n \frac{n! x^n}{n^n}$ c) $\sum_n \frac{(n+1)^n x^n}{n!}$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n+2} \frac{x^{3n}}{3^n}$

Esercizio 2. Studiare la convergenza delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (3^n + 5^n) x^n$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n+1}}$

Esercizio 3. Determinare il raggio di convergenza e l'insieme di convergenza delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n^2+2)2^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^a}$, $a > 0$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x-1)^n}{6^{n+1}}$

Esercizio 4. Determinare raggio di convergenza e insieme di convergenza delle seguenti serie di potenze:

a) $\sum_n n^3 2^n x^n$ $\sum_n \frac{n-1}{n+1} x^n$

Esercizio 5. Utilizzando la serie geometrica, scrivere come serie di potenze la funzione

$$x \rightarrow \frac{1}{1+x}$$

precisando il raggio di convergenza. Integrando termine a termine, scrivere come serie di potenze la funzione

$$x \rightarrow \log(1+x)$$

precisando il raggio di convergenza.

Esercizio 6. Utilizzando la serie geometrica, scrivere come serie di potenze la funzione

$$x \rightarrow \frac{1}{1+x^2}$$

precisando il raggio di convergenza. Integrando termine a termine, scrivere come serie di potenze la funzione

$$x \rightarrow \arctan x$$

precisando il raggio di convergenza.

Esercizio 7. Calcolare gli sviluppi di Mc Laurin delle seguenti funzioni, indicando l'intervallo di analiticità:

a) $f(x) = \frac{1}{1+x}$ b) $g(x) = \frac{1}{x-a}$, $a \neq 0$ c) $h(x) = \frac{1}{x^2-3x+2}$

Esercizio 8. Integrare per serie $\int_0^1 e^x dx$ e $\int_0^1 e^{x^2} dx$

Esercizio 9. Calcolare il raggio R di convergenza delle seguenti serie di potenze:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log(1+n)}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} x^n$

Studiare il comportamento della serie per $x = \pm R$.