

Sapienza - Università di Roma
Facoltà di Ingegneria - A.A. 2012-2013
Analisi Matematica 2 - Terzo foglio di esercizi
a cura di Ida de Bonis

Esercizio 1. Data la semisfera $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, calcolare $\iiint_E z dx dy dz$.

Esercizio 2. Calcolare mediante l'uso di coordinate cilindriche $\iiint_D z dx dy dz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq \frac{x^2 + y^2}{3}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

Esercizio 3. Data la semisfera $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, calcolare, mediante l'uso di coordinate sferiche, $\iiint_E (x^2 + y^2) dx dy dz$.

Esercizio 4. Calcolare $\iiint_D \frac{dx dy dz}{1 + x^2 + y^2 + z^2}$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

Esercizio 5. Calcolare $\iiint_\Omega (x^2 + y^2 + z^2 - 1) dx dy dz$, dove $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 2, x^2 + y^2 < z\}$.

Esercizio 6. Calcolare $\iiint_\Omega \frac{x^2}{x^2 + z^2}$, dove $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 2, x^2 - y^2 + z^2 < 0, y > 0\}$

Esercizio 7. Si calcoli utilizzando le coordinate sferiche $\iiint_D x^2 dx dy dz$ dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

Esercizio 8. Si calcoli utilizzando le coordinate sferiche $\iiint_D \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy dz$ dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - z \leq 0, 0 \leq y \leq \sqrt{3} \frac{x}{3}\}$.

Esercizio 9. Calcolare $\iiint_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz$ dove $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$.

Esercizio 10. Calcolare $\iiint_D (xyz^2) dx dy dz$, dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, -x \leq z \leq x, x + z \leq y \leq 4\}$.

Esercizio 11. Calcolare $\iiint_D 4xz dx dy dz$ dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq \sqrt{1 - \frac{y^2}{9}}, 0 \leq x \leq 2\sqrt{1 - \frac{y^2}{9} - z^2}\}$.

Esercizio 12. Calcolare il volume della regione E interna al cilindro $x^2 + y^2 = 2$ e compresa tra il paraboloido $z = x^2 + y^2 - 1$ ed il piano $z = 9 - x - y$.