

Esercizio 1

Determinare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

$$f(x, y) = \log(xy) + \frac{1}{x} + \frac{2}{y^2} \quad g(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{3\sqrt{4-x^2-\frac{y^2}{4}}}$$

Esercizio 2

Dimostrare che i seguenti limiti non esistono:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{2y^2}{x^2 + y^2} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

Esercizio 3

Data la funzione $f(x, y) = y^2 - y^x + \cos\left(\frac{\log(x^2 - 3x)}{x^2 + 3x}\right)$ calcolare $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Data la funzione $f(x, y) = y^2 \sin(x)$ calcolare $Df(\pi, -1)$.

Esercizio 4

Determinare, se esiste, $a \in \mathbb{R}$ tale che sia continua su \mathbb{R}^2 la funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(y - \sin(x))}{e^{y - \sin(x)} - 1} & y > \sin(x) \\ a & y \geq \sin(x) \end{cases}$$

Esercizio 5

Per quali valori del parametro reale, $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione é continua in \mathbb{R}^2 :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \log(1+y)}{(x^2 + \arctan^2(y))^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Esercizio 6

Studiare continuitá e differenziabilitá in \mathbb{R}^2 di:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{(x^2 + |y|)^\alpha} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Esercizio 7

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $(0, 0)$ al variare di $\alpha > 0$ di

$$f(x, y) = \begin{cases} |x|^\alpha \frac{\log(1 - x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Esercizio 8

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $(0, 0)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ di

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos(x^2 - y^2) - \alpha}{(x^2 + y^2)} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$