Esercitazione del 7/4/2011.

Dimostrare che i seguenti archi di curva piana dati in forma implicita rappresentano un arco di curva regolare e scrivere le relative equazioni parametriche.

1) $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}, \quad$ da $A \equiv (2,0)$ a $B \equiv (0,-2)\}$,

2) $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 = 1\}, \quad$ da $A \equiv (0,0)$ a $B \equiv (1,1)\}$,

3) $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 + 2\}, \quad$ da $A \equiv (0,2)$ a $B \equiv (2,6)\}$,

4) $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 - 2\}, \quad$ da $A \equiv (0,-2)$ a $B \equiv (-2,2)\}$,

5) il grafico Γ_f della funzione $f : [-\pi, 4\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sin(x)$.

6) Disegnare la spirale logaritmica di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = e^{\theta}, \quad \theta \in [0, 2\pi],$$

verificare che è una curva regolare e calcolarne la lunghezza.

7) Disegnare l'elica conica di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t\cos t \\ y = t\sin t \\ z = t \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi],$$

verificare che è una curva regolare e calcolarne la lunghezza.

8) Data $f(x,y) = \sqrt{x^2 - y^2 + 1}$, calcolare $\int_{\gamma^+} f(x,y)\, ds$, dove γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = \sin t \end{cases} \qquad t \in [0, \pi].$$

9) Detto γ l'arco di parabola di equazione $y = x^2$, con $x \in [0,1]$, calcolare $\int_{\gamma} x\, ds$.