

Esercitazione del 12/4/2011.

1) Dati l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4y \leq 0, y \geq x\}$$

e la forma differenziale

$$\omega = x(y - 2) dx + x^2 dy$$

calcolare $\int_{\partial D^+} \omega$.

2) Dire a priori se la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x dx + 3 dy}{1 + (x^2 + 3y)^2}$$

è esatta nel suo dominio, ed in caso trovarne le primitive.

Successivamente fare lo stesso per tutte le forme differenziali della forma

$$\omega = f(x^2 + 3y)(2x dx + 3 dy),$$

con $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 .

3) Trovare l'insieme di definizione della forma differenziale

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{x - \sin(2x)}} dx - \frac{2 \cos 2y}{\sqrt{x - \sin(2x)}} dy$$

e rappresentarlo in \mathbb{R}^2 .

Dimostrare a priori che ω è esatta nel suo dominio, e trovarne la primitiva $F(x, y)$ tale che $F\left(5, \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

4) Trovare i valori di α che rendono conservativo nel suo dominio il seguente campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y + \alpha x \cos x^2}{xy + \sin x^2}, \frac{x}{xy + \sin x^2} - 3y^2 \right),$$

e, per tali valori di α , trovare i potenziali di \mathbf{F} .