

### Esercitazione del 19/4/2011.

1) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{ax^2 + y^2}{x(x^2 + y^2)} dx + \frac{3x^2 + 4y^2}{y(x^2 + y^2)} dy,$$

stabilire per quali valori reali di  $a$  è esatta nel suo dominio di definizione.  
Per tali valori di  $a$  calcolarne un potenziale.

2) Dato l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x \leq x^2 + y^2 \leq 9\},$$

calcolare

$$\iint_D xy^2 dx dy$$

mediante opportuni integrali curvilinei.

3) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{\lambda^2 y}{x^2 + \lambda y^2} dx + \frac{(2 - \lambda)x}{x^2 + \lambda y^2} dy,$$

- a - al variare del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}^2$ , determinarne il dominio;
- b - determinare tutti i valori di  $\lambda$  tali che  $\omega$  risulti chiusa;
- c - alla luce dei risultati dei punti precedenti, determinare tutti i valori di  $\lambda$  tali che  $\omega$  risulti esatta nel suo dominio.

4) Calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} (z - 2y) dx + (z - 2x) dy + (x + 3y + y^2) dz,$$

dove  $\gamma$  è l'intersezione della sfera  $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$  e del piano  $z = 2y$ .