

Esercitazione del 12/5/2011.

Calcolare l'integrale generale delle seguenti equazioni.

1) $y' = -3e^3xy - e^6xy^2,$

2) $y''' + 4y'' + (\alpha - 3)y' = 0, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

3)
$$\begin{cases} y' = 2y \tan x + \sqrt{x}, & x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} y''' + y'' = -\cos x, \\ y(0) = -1, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 0. \end{cases}$$

5) Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{2x}{1+x^2}y + (1+x^2)^{1-\alpha}y^{1-\alpha}, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

determinare i valori di $\alpha > 0$ per i quali la soluzione ammette limite finito per $x \rightarrow +\infty$.

Calcolare i seguenti integrali di superficie.

6) $\int_S z \, d\sigma,$

$S =$ superficie laterale del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 3.$

7) $\int_S \frac{1}{[1 + 4(x^2 + y^2)]^3} \, d\sigma,$

$S =$ grafico della funzione $z = 2xy$, con $(x, y) \in D$ dominio limitato compreso tra l'asse x , la retta $\{y = -x\}$ e la circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1.