Esercizio 1 esame 15/12/2001 A. Dall'Aglio
Calcolare il flusso uscente da ∂E del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = \left(xy^2, \frac{y^2}{2}, z^2\right)$$

dove $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, -3 \leq z \leq 0\}$.
Esercizio 2
Calcolare l'integrale superficiale:

$$\int_S (x^2 + y^2) d\sigma$$

dove S e' la parte di sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4, 0 \leq z \leq 1$.
Esercizio 3(esame 11/07/2003)
Calcolare il flusso del campo

$$F(x,y,z) = (2x + y \sin z, 2y + xe^z, -z + e^y \cos z)$$

attraverso la frontiera dell'insieme $T = T_1 \cup T_2$, dove

$$T_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \leq 0\}$$

$$T_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (z+2)^2 \geq x^2 + y^2, 0 \leq 0 \leq 1\}$$

Esercizio 4
Dato il campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (x - 7y, 2y + 3xz, y^2 + 2x + \cos z)$$

calcolare il flusso del rotore di F attraverso la superficie S definita da

$$x^2 + y^2 + z^2 = 20, \quad z \leq 2$$

orientata in modo che il versore normale punti verso il basso.
Esercizio 5
Dire per quali $\alpha > 0$ è finita l'area della superficie (illimitata!)

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = (x^2 + y^2)^{-\alpha}\}$$

Esercizio 6

Calcolare il seguente integrale utilizzando il Teorema di Stokes

$$\int_{\partial\Sigma} (z^2 + y)\, dx + z\, dy + y\, dz$$

$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$ con $\partial\Sigma$ orientato positivamente.