

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Aerospaziale
Foglio 4

Esercizio 1

Delle seguenti funzioni determinare l'insieme di definizione e quello di derivabilità, calcolare la derivata dove esiste e studiare gli eventuali punti di non derivabilità (classificandoli)

1. $y = \sqrt[3]{|\log x|} + \left| \log \left(x + \frac{1}{2} \right) \right|$

2. $y = \left(e^{\sqrt[3]{x}} - 1 \right)^2 + (x - 1)|x - 1|$

3. $y = \arcsin |x + 1|$

4. $y = x \sqrt[3]{\log^2 |x|}$

Esercizio 2

Della funzione

$$f(x) = \arctan \sqrt[3]{x^2 - 2|x| + 1}$$

determinare i punti di massimo e minimo, relativi ed assoluti, nell'intervallo $[-2, 2]$.

Esercizio 3

Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 1}$$

- a. determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti;
- b. studiarne gli intervalli di monotonia ed individuarne i punti di massimo e minimo, specificando se sono relativi o assoluti;
- c. tracciarne un grafico qualitativo;
- d. posto

$$g(x) = \begin{cases} f(x + \sqrt{3}) & \text{se } x \geq 0 \\ f(x - \sqrt{3}) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

sfruttare i risultati già trovati per disegnare un grafico qualitativo di g e per studiarne la continuità e derivabilità nell'origine.

Esercizio 4

Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{\alpha x(x^2 - 1)^2}$$

- determinare il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $f(x)$ abbia la retta $y = x$ per asintoto obliquo;
- sostituendo al posto del parametro α il valore determinato nel punto a., determinare dominio, limiti agli estremi del dominio e altri eventuali asintoti;
- studiarne gli intervalli di monotonia individuando i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti (se esistono);
- studiare la derivata seconda e individuare eventuali punti di flesso;
- tracciare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 5

Data la funzione

$$f(x) = e^{-x}(|x^2 - 3| + 2x)$$

- determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti;
- studiarne gli intervalli di monotonia ed individuarne i punti di massimo e minimo, specificando se sono relativi o assoluti;
- tracciarne un grafico qualitativo;
- sfruttando i risultati relativi alla funzione f cosa si può dire sui punti di massimo e minimo della funzione $g(x) = |f(x)|$?

Esercizio 6

Data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 2}{x + 3}\right)$$

- determinare il dominio, limiti agli estremi ed eventuali asintoti;
- individuarne i punti di massimo e minimo in $[-4, -3) \cup (-3, +\infty)$;

Esercizio 7

Studiare le seguenti funzioni

- $y = \sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$
- $y = x^2(\log x - 1)$
- $y = \frac{x^2}{|x|} e^{\frac{1-x}{2-x}}$
- $y = \log |e^{2x} - 3e^x - 4|$
- $y = \arctan \frac{|x^2 - 2x|}{x-1}$

Esercizio 8

Studiare le seguenti funzioni, senza determinarne la derivata seconda, e tracciarne un grafico

a. $y = e^{-x} \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$

b. $y = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x-1}$

c. $y = \sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x^2 + 3x - 4}$