

ANALISI MATEMATICA — INGEGNERIA GESTIONALE
PROF. GIACOMELLI/CASALVIERI — PROVA PRATICA DEL 15.02.12

VERSIONE PRELIMINARE — si prega di segnalare eventuali errori

(*) Determinare i numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ tali che (11/12)

$$\frac{z}{z+1} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}-i} \quad \text{e} \quad |z| = 7.$$

.....
Risposta: $z = \pm \frac{7}{\sqrt{2}}(1+i)$.

(*) Determinare il dominio naturale D e gli eventuali punti critici (stazionari) interni a D della funzione $f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da (11/12)

$$f(x) = \sqrt{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}.$$

.....
Risposta: $D = (-\infty, -1/4] \cup [1, +\infty)$, $x = -2/3$.

(*) Determinare i valori del parametro $x \in \mathbb{R}$ per i quali la serie (11/12)

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{\cos(3x)k}$$

è convergente.

.....
Risposta: $x \in \left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

(*) Calcolare il seguente limite: (11/12)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^5} - \cos(x^5)}{x^{10}}.$$

.....
Risposta: $+\infty$.

Svolgimento. Si ha

$$\frac{e^{x^5} - \cos(x^5)}{x^{10}} = \frac{1 + x^5 + o(x^5) - 1 + \frac{x^{10}}{2} + o(x^{10})}{x^{10}} = \frac{x^5(1 + o(1))}{x^{10}} \rightarrow +\infty \quad \text{per } x \rightarrow 0^+.$$

(*) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale: (11/12)

$$y''(x) - 10y'(x) - 11 = e^{x+1}.$$

.....
Risposta: $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{11x} - \frac{1}{20} e^{1+x}$, $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

Svolgimento. Del tutto standard, dopo aver effettuato il cambio di variabile $x \mapsto 1+x$ o aver osservato che $e^{1+x} = e \cdot e^x$.