

ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

12/06/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln(xy^2)}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare inoltre le derivate direzionali di f nel punto $P(1, 2)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in P .

2) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$2(\operatorname{Im} z)^2 - |z - 2|^2 + (3\bar{z} - z)^2 = 0$$

tali che $\operatorname{Im} z = 0$ e $\operatorname{Re} z < 0$.

3) Date le funzioni

$$y = f(x) = \operatorname{arctg}(1 - x) \quad \text{e} \quad u = g(y) = \sqrt{y}$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $u = \varphi(x) = g(f(x))$. Stabilire se φ è invertibile nel suo insieme di definizione. In caso affermativo, detta $x = \psi(u)$ la sua inversa, calcolare $\psi'(\sqrt{\frac{\pi}{4}})$.

Calcolare inoltre $\int_0^1 \varphi^2(x) dx$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^x \sqrt{1 - y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di derivata direzionale. Enunciare e dimostrare il criterio di derivabilità direzionale. Gradiente e sue proprietà.

ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

12/06/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln(y\sqrt{x})}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare inoltre le derivate direzionali di f nel punto $P(1, 2)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in P .

2) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$3(\operatorname{Re} z)^2 + (3z - 2\bar{z})^2 + |z - 3|^2 = 0$$

tali che $\operatorname{Re} z = 0$ e $\operatorname{Im} z < 0$.

3) Date le funzioni

$$y = f(x) = \arcsen(x + 1) \quad \text{e} \quad u = g(y) = \ln y$$

determinare l'insieme di definizione della funzione composta $u = \varphi(x) = g(f(x))$. Stabilire se φ è invertibile nel suo insieme di definizione. In caso affermativo, detta $x = \psi(u)$ la sua inversa, calcolare $\psi'(\ln \frac{\pi}{6})$.

Calcolare inoltre $\int_{-\frac{1}{2}}^0 e^{\varphi(x)} dx$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} yy' = e^x \sqrt{y^2 - 1} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Equazione di Bernoulli. Integrale generale e integrali singolari. Illustrare la tecnica d'integrazione.