ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE- ING. AMBIENTE e TERRITORIO

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S.Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in (1, +\infty)$ il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\ln(x-1)-1)^n}{n^2+2}.$$

2) Data la funzione

$$F(x) = -\int_{-\sqrt{3}}^{x} \frac{1}{t^2-2}\, dt - \operatorname{arctg} x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta $x = G(y)$ la sua inversa, stabilire se è derivabile in $y = -\frac{2\pi}{3}$ e calcolare la derivata.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{((x-1)^2+(y-1)^2)^\alpha} - 1}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(1, 1)$. Detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, stabilire per quali α esiste la derivata direzionale di $\tilde{f}$ in $(1, 1)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\, y' = e^{-\sqrt{y-e}}\sqrt{y-e}\; \frac{2x}{(x^2-1)^2} \\ \\ y(0) = e \end{cases}$$

5) Dare la definizione di ordine di infinitesimo di una funzione. Dimostrare il principio di sostituzione degli infinitesimi.
Dare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di più variabili.

ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S.Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(e^{(x-1)} - 1)^n}{\sqrt{n} + 2}.$$

2) Data la funzione

$$F(x) = -\int_{-2}^{x} \frac{1}{e^t - 1}\, dt - e^x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta $x = G(y)$ la sua inversa, stabilire se è derivabile in $y = -e^{-2}$ e calcolare la derivata.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln((x^2 + y^2)^\alpha + 1)}{x^2 + y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(0, 0)$. Detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, stabilire per quali α esiste la derivata direzionale di $\tilde{f}$ in $(0, 0)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\, y' = \frac{6x}{(x^2-1)^4}\; e^{-\sqrt{y+3}}\sqrt{y+3} \\ \\ y(0) = -3 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto.
Relazione tra derivabilità e continuità per funzioni di una variabile e di più variabili: esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S.Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}^+$ il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\ln x - 1)^n}{\sqrt{n} + 2}.$$

2) Data la funzione

$$F(x) = -\int_2^x \frac{1}{e^t - 1}\, dt - e^x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta $x = G(y)$ la sua inversa, stabilire se è derivabile in $y = -e^2$ e calcolare la derivata.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{(x^2+y^2)^\alpha} - 1}{x^2 + y^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(0, 0)$. Detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, stabilire per quali α esiste la derivata direzionale di $\tilde{f}$ in $(0, 0)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\, y' = e^{-\sqrt{y-2}}\sqrt{y-2}\ \frac{3x^2}{(x^3-1)^2} \\ \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di integrale generale, singolare e particolare per un'equazione differenziale. Dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale di un'equazione differenziale lineare.

ANALISI MATEMATICA I
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S.Marconi - Prof. V. Regis Durante

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^n}{n^2 + 2}.$$

2) Data la funzione

$$F(x) = -\int_{\sqrt{3}}^{x} \frac{1}{t^2 - 2}\, dt - \operatorname{arctg} x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta $x = G(y)$ la sua inversa, stabilire se è derivabile in $y = -\frac{\pi}{3}$ e calcolare la derivata.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln((x-1)^2 + (y-1)^2)^\alpha + 1)}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(1, 1)$. Detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, stabilire per quali α esiste la derivata direzionale di $\tilde{f}$ in $(1, 1)$.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\, y' = \frac{9x^2}{(x^3-1)^4}\ e^{-\sqrt{y+4}}\sqrt{y+4} \\ \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

5) Enunciare e dimostrare il teorema sulle serie a termini di segno costante. Applicazioni.
Dare la definizione di funzione derivabile parzialmente in un punto.
Relazione tra continuità e derivabilità parziale.