ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE
06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1 - t^2)\, dt}{2x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ 1 - \cos(|x|^\beta) & x < 0 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$.

2) Data la funzione

$$f(x) = x \ln\left(\frac{2-x}{x}\right)$$

determinarne l'insieme di definizione e calcolare l'area della regione di piano sottesa dal grafico di f nell'intervallo $\left[1, \frac{3}{2}\right]$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{1/x^2} - 2 + e^{1/\sqrt{x}}$$

$$g(x) = 1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

verificare che sono infinitesime per $x \to +\infty$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 1 = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione $y = y(x)$ ammette asintoti obliqui nel suo insieme di definizione.

5) Dare la definizione di derivata direzionale. Enunciare e dimostrare il criterio di derivabilità direzionale. Gradiente e sue proprietà.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-3} (\operatorname{sen} t - t)\, dt}{2(x-3)^\alpha} & x > 3 \\ a & x = 3 \\ \ln(1 + |x-3|^\beta) & x < 3 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 3$.

2) Data la funzione

$$f(x) = 2x \ln\left(\frac{x}{3-3x}\right)$$

determinarne l'insieme di definizione e calcolare l'area della regione di piano sottesa dal grafico di f nell'intervallo $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = \operatorname{sen} x^2 - x^2 + \ln(1 + x^5)$$

$$g(x) = e^{x^4} - 1 - x^4$$

verificare che sono infinitesime per $x \to 0$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 3 = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Indicata con $y = y(x)$ la soluzione, studiare $\int_3^{+\infty} y(x)\, dx$.

5) Equazione di Bernoulli. Integrale generale e integrali singolari. Illustrare la tecnica d'integrazione.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1}(e^{t^2}-1-t^2)\,dt}{2(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ 1-\cos(|x-1|^\beta) & x < 1 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuita e la derivabilità di f in $x = 1$.

2) Data la funzione

$$f(x) = 2x \ln\left(\frac{3-x}{2x}\right)$$

determinarne l'insieme di definizione e calcolare l'area della regione di piano sottesa dal grafico di f nell'intervallo $[1, 2]$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{1/x^3} - 2 + e^{1/x}$$

$$g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^5}\right) - \frac{1}{x^5}$$

verificare che sono infinitesime per $x \to +\infty$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 4 = e^x \\ y(0) = y(2) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione $y = y(x)$ ammette asintoti obliqui nel suo insieme di definizione.

5) Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto (per funzioni di piu' variabili). Dimostrare che La differenziabilità implica la continuità. Confronto tra funzioni di 1 o piu' variabili.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE E AMBIENTE

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-4} (\operatorname{sen} t - t)\, dt}{2(x-4)^\alpha} & x > 4 \\ a & x = 4 \\ \ln(1 + |x-4|^\beta) & x < 4 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 4$.

2) Data la funzione

$$f(x) = x \ln\left(\frac{x}{4-4x}\right)$$

determinarne l'insieme di definizione e calcolare l'area della regione di piano sottesa dal grafico di f nell'intervallo $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{x^2} - 1 - x^2 + \operatorname{sen} x^5$$

$$g(x) = \ln(1 + x^4) - x^4$$

verificare che sono infinitesime per $x \to 0$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 6 = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Indicata con $y = y(x)$ la soluzione, studiare $\int_1^{+\infty} y(x)\, dx$.

5) Equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti. Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale.