ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
10/06/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{x^2+y^2}{x}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in $(0,0)$. Posto $a = 1$, studiare per quali direzioni $\mathbf{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(0,0)$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(4^x - 2)^k}{k^{2/3} + 1}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^t - e^{2t}}{1 + e^{2t}}\, dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme dove è di classe C^1 e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale al variare di $\beta \in \mathbb{R}$:

$$y'' + \beta y' = e^x + 1.$$

Stabilire se ci sono soluzioni limitate in $\mathbb{R}$.

5) Dare la definizione di limite in un punto al finito per una funzione di due variabili. Dimostrare che se una funzione f di due variabili è differenziabile in un punto (x_0, y_0) allora è ivi continua. È vero il viceversa? Dare delle condizioni sufficienti che garantiscano la differenziabilità.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
10/06/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{x^2+y^2}{y}} & y \neq 0 \\ a & y = 0 \end{cases}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in $(0,0)$. Posto $a = 1$, studiare per quali direzioni $\mathbf{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(0,0)$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(3^{x-1} - 4)^k}{k^{3/2} - 1}$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3) Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1 - \ln t}{t(1 + \ln^2 t)}\, dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme dove è di classe C^1 e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale al variare di $\beta \in \mathbb{R}$:

$$y'' + (\beta - 1)y' = e^x + 1.$$

Stabilire se ci sono soluzioni limitate in $\mathbb{R}$.

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione.
Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli-Barrow e il suo corollario.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
10/06/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{(x-1)^2+y^2}{x-1}} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in $(1,0)$. Posto $a = 1$, studiare per quali direzioni $\mathbf{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(1,0)$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(2\ln x - 3)^k}{k^{6/7}+2}$$

al variare di $x > 0$.

3) Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{2(2e^{4t} - e^{2t})}{1+e^{4t}}\, dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme dove è di classe C^1 e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale al variare di $\beta \in \mathbb{R}$:

$$y'' + (\beta^2 - 1)y' = e^{2x} + 2.$$

Stabilire se ci sono soluzioni limitate in $\mathbb{R}$.

5) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto per una funzione di una variabile. Significato geometrico di derivata prima in un punto x_0. Ricavare l'equazione della retta tangente in x_0.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO
10/06/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{x^2+(y-1)^2}{y-1}} & y \neq 1 \\ a & y = 1 \end{cases}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in $(0,1)$. Posto $a = 1$, studiare per quali direzioni $\mathbf{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(0,1)$.

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(3\ln(x-1)-2)^k}{k^{7/6}-1}$$

al variare di $x > 1$.

3) Data la funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{2\ln(t-1)-1}{(t-1)(1+\ln^2(t-1))}\,dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme dove è di classe C^1 e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale al variare di $\beta \in \mathbb{R}$:

$$y'' + \beta^2 y' = e^{2x} + 2.$$

Stabilire se ci sono soluzioni limitate in $\mathbb{R}$.

5) Dare la definizione di successione e di successione convergente.
Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle. Interpretazione geometrica.