ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità nell'origine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x e^{t^2+1}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{1-\cos x - \frac{1}{2}ax^2}{x^4} + \frac{1}{24} & x < 0 \end{cases}$$

2) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_{e^{-2}}^{+\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg}(e^2 x)}}{1+e^4x^2}\,dx\,.$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(2x)}{(1+x^4)^k}.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{3\sqrt{x+1}}{2(x+2)} \sqrt[5]{(y-3)^3\,\sqrt[3]{y-3}} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di successione. Dare la definizione di successione convergente e successione divergente ed esibire un esempio di successione indeterminata. Enunciare e dimostrare il principio di sostituzione degli infiniti.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità nell'origine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x e^{-t^2-1}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{e^x-1-ax}{x^2} - \frac{1}{2} & x < 0 \end{cases}$$

2) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_1^{+\infty} e^{\left(2x^2+1\right)^{-1}} \frac{x}{\left(2x^2+1\right)^2}\, dx\,.$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\cos^2(2x)}{(1+x^6)^k}.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{3(x+2)\sqrt{(y+1)\,\sqrt[3]{y+1}}}{2(x+1)\sqrt{x}} \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione primitiva di una funzione di una variabile. Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli-Barrow e il suo corollario.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 1$ della funzione.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} e^{t^2+1}\, dt}{x^\alpha} & x > 1 \\ b & x = 1 \\ \frac{1-\cos(x-1)-\frac{1}{2}a(x-1)^2}{(x-1)^4} + \frac{1}{24} & x < 1 \end{cases}$$

2) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_{e^{-3}}^{+\infty} \frac{e^{\operatorname{arctg}(e^3 x)}}{1+e^6x^2}\, dx\,.$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{e^{2x}-1}{(1+x^4)^k}.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{3\sqrt{x}}{1+x} \sqrt[5]{(y+2)^3 \sqrt[3]{y+2}} \\ y(1) = -2 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione continua in un punto. Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

13/01/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 2$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-2} e^{-t^2-1}\, dt}{(x-2)^\alpha} & x > 2 \\ b & x = 2 \\ \frac{e^{(x-2)}-1-a(x-2)}{x^2} - \frac{1}{2} & x < 2 \end{cases}$$

2) Studiare il seguente integrale improprio e, in caso di convergenza, calcolarne il valore:

$$\int_1^{+\infty} e^{\left(x^2+1\right)^{-2}} \frac{x}{\left(x^2+1\right)^3}\, dx\,.$$

3) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}^+$ il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\ln^2(2x) - 1}{(1+x^4)^k}.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{3(x+1)\sqrt{(y-1)\,\sqrt[3]{y-1}}}{x\sqrt{x-1}} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di serie. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie. Dimostrare che le serie a termini di segno costante sono regolari.