ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

12/01/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare dei parametri $a, \alpha \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \frac{\cos(\pi t)}{t+2}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{e^{2x} - \cos(4x) - 2x}{10 \ln(1+2x^2)} & x < 0 \end{cases}$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici, disegnare il grafico della funzione

$$y = \operatorname{tg}|x| - 1.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \operatorname{tg}|x| - 1$ in $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{2^{(x^2+y^2)} - 1}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

determinare, al variare di α il suo insieme di definizione e stabilire la sua natura topologica. Dire se la funzione è prolungabile per continuità in $(0, 0)$. In caso affermativo, detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, studiare la derivabilità direzionale di $\tilde{f}$ in $(0, 0)$ per $\alpha < 1$.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' - 2y' + y = e^{(\alpha+1)x}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.
Stabilire inoltre se, per $\alpha = -2$, esistono valori delle costanti arbitrarie per le quali $y(x)$ ammette asintoto orizzontale per x che tende a $+\infty$.

5) Dare la definizione di equazione differenziale, di integrale generale, particolare e singolare. Enunciare e dimostrare il Teorema di esistenza ed unicità per il problema di Cauchy per equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti del secondo ordine.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

12/01/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare dei parametri $a, \alpha \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+3x)-\text{sen}(2x)-x}{1-e^{\frac{3}{2}x^2}} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\int_0^x \frac{3e^{2t}}{t-1}\,dt}{(-x)^{2\alpha}} & x < 0 \end{cases}$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici, disegnare il grafico della funzione

$$y = \text{arctg}\,|x| - \frac{\pi}{4}.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \text{arctg}\,|x| - \frac{\pi}{4}$ in $[-1, 1]$.

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log_2(1 + x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

determinare, al variare di α il suo insieme di definizione e stabilire la sua natura topologica. Dire se la funzione è prolungabile per continuità in $(0, 0)$. In caso affermativo, detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, studiare la derivabilità direzionale di $\tilde{f}$ in $(0, 0)$ per $\alpha < 1$.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + 4y = \sin(\alpha x)$$

al variare del parametro reale $\alpha \geqslant 0$.
Stabilire inoltre se, per $\alpha = 2$, esistono valori delle costanti arbitrarie per le quali $y(x)$ è una funzione dispari.

5) Dare la definizione di equazione differenziale, di integrale generale, singolare e particolare. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie per equazioni differenziali lineari: dimostrazione.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

12/01/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare dei parametri $a, \alpha \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x -\frac{2\ln(e+t)}{t+1}\,dt}{x^{2\alpha}} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\cos(4x)-\ln(1-2x)-1-2x}{\operatorname{sen}(3x^2)} & x < 0 \end{cases}$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici, disegnare il grafico della funzione

$$y = \operatorname{arcsen}|x| - \frac{\pi}{4}.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \operatorname{arcsen}|x| - \frac{\pi}{4}$ in $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{2^{((x-1)^2+(y-1)^2)} - 1}{((x-1)^2 + (y-1)^2)^\alpha}$$

determinare, al variare di α il suo insieme di definizione e stabilire la sua natura topologica. Dire se la funzione è prolungabile per continuità in $(1,1)$. In caso affermativo, detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, studiare la derivabilità direzionale di $\tilde{f}$ in $(1,1)$ per $\alpha < 1$.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 4y = e^{\alpha x}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.
Stabilire inoltre se, per $\alpha = -1$, esistono valori delle costanti arbitrarie per le quali $y(x)$ ammette asintoto orizzontale per x che tende a $+\infty$.

5) Equazioni differenziali lineari del I ordine. Metodo del fattore integrante.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

12/01/2018

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare dei parametri $a, \alpha \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(2x) - e^{3x} + 1 + x}{13(1 - \cos x)} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t + \frac{\pi}{2})}{1 - t}\, dt}{(-x)^\alpha} & x < 0 \end{cases}$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici, disegnare il grafico della funzione

$$y = \arccos|x| - \pi.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \arccos|x| - \pi$ in $[-1, 1]$.

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log_2\left(1 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2\right)}{((x - 1)^2 + (y - 1)^2)^\alpha}$$

determinare, al variare di α il suo insieme di definizione e stabilire la sua natura topologica. Dire se la funzione è prolungabile per continuità in $(1, 1)$. In caso affermativo, detta $\tilde{f}$ la sua prolungata, studiare la derivabilità direzionale di $\tilde{f}$ in $(1, 1)$ per $\alpha < 1$.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + 9y = \cos(\alpha x)$$

al variare del parametro reale $\alpha \geqslant 0$.
Stabilire inoltre se, per $\alpha = 3$, esistono valori delle costanti arbitrarie per le quali $y(x)$ è una funzione pari.

5) Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale per un'equazione differenziale lineare del II ordine. Dimostrare il principio di sovrapposizione degli effetti.