ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_1^x e^{-t^2} dt}{(x-1)^\alpha} - \frac{1}{2} & x > 1 \\ \beta & x = 1 \\ \frac{\ln x - x + 1}{(x-1)^2} & 0 < x < 1 \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 1$.

2) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (e^x - 1) \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right)^k .$$

- Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie;
- nei casi in cui la serie converge scriverne la somma $S(x)$.

3) Dato il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\sqrt[3]{\operatorname{sen}^4 x}} \, dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (2y + 1)\, 4x \ln x \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione continua per funzioni di più variabili.
Enunciare e dimostrare il teorema che lega continuità e differenziabilità per funzioni di due variabili.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-|t|}dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{3} & x > 2 \\ \beta & x = 2 \\ \frac{\operatorname{arctg}(x-2)-x+2}{(x-2)^3} & x < 2 \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \ln\left(x^2+1\right)\left(\frac{2}{4x^2+1}\right)^k.$$

- Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie;
- nei casi in cui la serie converge scriverne la somma $S(x)$.

3) Dato il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}^2(2x)\sqrt[3]{\operatorname{tg}^4 x}}\,dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (1-3y)\,x\cos x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare. Dare la definizione di integrale generale e particolare.
Enunciare e dimostrare il teorema sull'integrale generale delle equazioni lineari omogenee.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-t^2}dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{2} & x > 2 \\ \beta & x = 2 \\ \frac{\ln(x-1)-x+2}{(x-2)^2} & 1 < x < 2 \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \left(1 - e^{x^2}\right) \left(\frac{3}{x^2+1}\right)^k.$$

- Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie;
- nei casi in cui la serie converge scriverne la somma $S(x)$.

3) Dato il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{sen} x \sqrt[3]{\operatorname{sen}^4 x}}\, dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (3y+1)\, xe^x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

5) Definire il problema di Cauchy per equazioni differenziali lineari del II ordine a coefficienti costanti.
Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale delle equazioni differenziali lineari del II ordine.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
11/01/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_2^x e^{-|t^2-1|}dt}{(x-2)^\alpha} - \frac{1}{6} & x > 2 \\ \beta & x = 2 \\ \frac{\sin(x-2)-x+2}{(x-2)^3} & x < 2 \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 2$.

2) Si consideri la seguente serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \ln\left(1 + 2x^2\right)\left(\frac{2}{9x^2+1}\right)^k.$$

- Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie;
- nei casi in cui la serie converge scriverne la somma $S(x)$.

3) Dato il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}^2(2x)\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}\, dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (1-2y)\, x \operatorname{sen} x \\ y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare. Enunciare il teorema sulla struttura dell'integrale generale delle equazioni differenziali lineari.
Enunciare e dimostrare il principio di sovrapposizione degli effetti.