

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
08/02/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x+2}{e^{\frac{2}{x+2}}}$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- stabilire se è invertibile nell'insieme $I = (-2, +\infty)$;
- in caso affermativo, detta $x = g(y)$ la sua funzione inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile nel punto $y_0 = \frac{2}{e}$ e calcolare $g'(\frac{2}{e})$.

2) Data la curva

$$y = |\ln(x+1)| - 1$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- disegnare la curva tramite le operazioni tra grafici;
- calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[\frac{1}{e} - 1, 0]$.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x-y} \operatorname{sen}(x^2)}{\sqrt{1-x^2-y^2} \ln(1+x^2+y^2)}$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;
- stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine;
- stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' = 2 + e^{-x} \\ y(0) = \frac{1}{2} \\ y'(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy, calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{e^x}$.

5) Dare la definizione di limite di funzione in un punto al finito nel caso in cui il limite sia $+\infty$. Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale e fornire la sua interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
08/02/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = 2x + \ln\left(\frac{1}{2 - e^x}\right)$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- stabilire se è invertibile nell'insieme $I = (-\infty, \ln 2)$;
- in caso affermativo, detta $x = g(y)$ la sua funzione inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile nel punto $y_0 = 0$ e calcolare $g'(0)$.

2) Data la funzione

$$y = |\ln(x + 2)| - 1$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- disegnare la curva tramite le operazioni tra grafici;
- calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[-1, e - 2]$.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln(1 - x + y) \operatorname{arctg}(y^2)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2} (e^{x^2 + y^2} - 1)}$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;
- stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine;
- stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = e^x + 1 \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy, calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{xe^x}$.

5) Dare la definizione di limite di funzione per $x \rightarrow +\infty$ nel caso in cui il limite sia finito. Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
08/02/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo C

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{e^{\frac{1}{x+1}}}$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- stabilire se è invertibile nell'insieme $I = (-1, +\infty)$;
- in caso affermativo, detta $x = g(y)$ la sua funzione inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile nel punto $y_0 = \frac{1}{e}$ e calcolare $g'(\frac{1}{e})$.

2) Data la funzione

$$y = |\ln(x+1)| - 1$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- disegnare la curva tramite le operazioni tra grafici;
- calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[0, e-1]$.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x^2-y^2} (1-\cos y)}{\sqrt{x+y+1} \arctg(x^2+y^2)}$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;
- stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine;
- stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = 1 + e^x \\ y(0) = \frac{1}{3} \\ y'(0) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy, calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{e^x}$.

5) Dare la definizione di limite di funzione in un punto al finito nel caso in cui il limite sia finito. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
08/02/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo D

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{2}{3 - e^x}\right) + 4x$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- stabilire se è invertibile nell'insieme $I = (-\infty, \ln 3)$;
- in caso affermativo, detta $x = g(y)$ la sua funzione inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile nel punto $y_0 = 0$ e calcolare $g'(0)$.

2) Data la funzione

$$y = |\ln(x + 2)| - 1$$

- determinare il suo insieme di definizione;
- disegnare la curva tramite le operazioni tra grafici;
- calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[\frac{1}{e} - 2, -1]$.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln(9 - x^2 - y^2) (e^{x^3} - 1)}{\sqrt{x - y + 1} \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)}$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;
- stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine;
- stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.

4) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = e^{2x} + 1 \\ y(0) = -\frac{1}{4} \\ y'(0) = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy, calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{xe^{2x}}$.

5) Dare la definizione di limite di funzione per $x \rightarrow +\infty$ nel caso in cui il limite sia $+\infty$. Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.