

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE-AMBIENTE

03/04/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{x^\alpha} + \beta x & x > 0, \\ \ln|1 - x| & x \leq 0, \end{cases}$$

studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di $f(x)$ in $x = 0$.

2) Dato il seguente integrale improprio

$$\int_{e^{-1}}^{+\infty} \frac{e^{\arctan(ex)}}{1 + e^2 x^2} dx,$$

- studiare la convergenza con uno dei criteri di convergenza;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln(xy^2)}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare inoltre le derivate direzionali di f nel punto $P(1, 2)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in P .

5) Determinare l'integrale generale della seguente equazione al variare di $k \in \mathbb{R}_0^+$:

$$ky'' - 2y' = x.$$

6) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente in un punto.

Enunciare il teorema sulle derivabilità direzionale.

Relazione tra derivabilità direzionale e derivabilità parziale.