

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

10/06/2022

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Compito A

Cognome e nome.....

Matricola Anno di immatricolazione

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(x^2+y^2)^\alpha}{e^{x^2+y^2}-1} & (x, y) \neq (0, 0) \\ \lambda & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

determinare per quali valori dei parametri reali $\alpha, \lambda \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua. Stabilire se per $\alpha = 2$ risulta derivabile direzionalmente in $(0, 0)$.

2) Dato l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}} \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \arcsin^\alpha \left(\frac{1}{x^2} \right)}{x^2} dx$$

- Studiarne la convergenza al variare del parametro reale α .
- Calcolarne il valore per $\alpha = 0$.

3) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 3y' = 3e^{3x} + 2e^{-x}.$$

4) Dare la definizione di funzione primitiva. Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli Barrow.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO

10/06/2022

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Compito B

Cognome e nome.....

Matricola Anno di immatricolazione

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2+y^2)^{\alpha^2}}{e^{x^2+y^2}-1} & (x, y) \neq (0, 0) \\ \lambda & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

determinare per quali valori dei parametri reali $\alpha, \lambda \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua. Stabilire se per $\alpha = 2$ risulta derivabile direzionalmente in $(0, 0)$.

2) Dato l'integrale improprio

$$\int_{\frac{1}{\pi}}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right) \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)}{x^2 \ln^{\alpha}\left(1 + \frac{1}{x^4}\right)} dx$$

- Studiarne la convergenza al variare del parametro reale α .
- Calcolarne il valore per $\alpha = 0$.

3) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2y' = 3xe^x - 2e^{-2x}.$$

4) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto. Enunciare e dimostrare il teorema che lega derivabilità e continuità.