

# Analisi matematica 1 - Ing. Civile e Ing. per l'Ambiente e il Territorio

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

04/02/2022 - Testo A

Cognome e nome.....

Matricola ..... Anno di immatricolazione .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n x^2 \left( \frac{1}{2} x^2 + x + 1 \right)^n$$

2) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{1 - x^2 - y^2} (x^2 + y^2)^2}{\arctan [(x^2 + y^2)^\alpha]}$$

determinare l'insieme di definizione  $D$  e stabilirne la natura topologica al variare del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Per  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  studiare la continuità e la derivabilità direzionale in  $(0, 0)$  della funzione

$$\bar{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in D \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{y-1}}{x(1+\ln^2 x)} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

- 4) Dare la definizione di funzione continua in un punto.  
Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

# Analisi matematica 1 - Ing. Civile e Ing. per l'Ambiente e il Territorio

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

04/02/2022 - Testo A

Cognome e nome.....

Matricola ..... Anno di immatricolazione .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della seguente serie e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 4^n (x-1)^2 \left( \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right)^n$$

2) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\operatorname{sen} [(x^2 + y^2)^\alpha]}{\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{1 - x^2 + y}}$$

determinare l'insieme di definizione  $D$  e stabilirne la natura topologica al variare del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Per  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  studiare la continuità e la derivabilità direzionale in  $(0, 0)$  della funzione

$$\bar{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in D \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{e^x \sqrt[4]{(1-y)^3}}{1+e^{2x}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4) Dare la definizione di funzione continua in un punto.

Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale e dare la sua interpretazione geometrica.