

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

13/01/2025

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Foschi

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\arctan x - x}{x^\alpha}, & x > 0 \\ b, & x = 0; \\ \frac{a(\sin x - x)}{e^{x^2} - 1}, & x < 0. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 0$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$. Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\arctan t = t - t^3/3 + o(t^4), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3), e^t = 1 + t + t^2/2 + o(t^2))$.

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - e^{x^2 + 1/2})^n}{n^2 + \sin^2 n}.$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{y-1}}{x(1+\ln^2 x)} \\ y(1) = \frac{5}{4} \end{cases}$$

4) Dare la definizione di successione e dimostrare il teorema di unicità del limite.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

13/01/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Foschi

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\ln(1+x)-x}{x^\alpha}, & x > 0 \\ b, & x = 0; \\ \frac{a(e^x-1-x)}{\sin x}, & x < 0. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 0$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$. Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\ln(1+t) = t - t^2/2 + o(t^2), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3))$.

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log(x^2+1)-1)^n}{n^2 + \cos^2 2n}.$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{e^x(y-2)^3}{\sqrt{1-e^{2x}}} \\ y(\ln \frac{1}{2}) = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

4) Dare la definizione di primitiva e dimostrare il teorema di Torricelli -Barrow.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

13/01/2025

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Foschi

Testo C

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\arctan(x-1)-(x-1)}{(x-1)^\alpha}, & x > 1 \\ b, & x = 1; \\ \frac{a(\sin(x-1)-x+1)}{e^{(x-1)^2}-1}, & x < 1. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 1$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$

Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\arctan t = t - t^3/3 + o(t^4), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3), e^t = 1 + t + t^2/2 + o(t^2))$.

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^{x^2+1} - 1)^n}{n^2 + \cos^2 n}.$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{y-2}}{(x+1)[1+\ln^2(x+1)]} \\ y(0) = \frac{9}{4} \end{cases}$$

4) Dare la definizione di successione limitata e dimostrare che ogni successione convergente è limitata. Vale il viceversa? Commentare con esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

13/01/2025

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Foschi

Testo D

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\log(1+(x-1))-x+1}{(x-1)^\alpha}, & x > 1 \\ b, & x = 1; \\ \frac{a(e^{(x-1)}-1-(x-1))}{\sin(x-1)}, & x < 1. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 1$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$

Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\log(1+t) = t - t^2/2 + o(t^2))$, $\sin t = t - t^3/3! + o(t^3)$

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \log(x^2 + 1))^n}{n^2 + \sin^2 n}.$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{x+1}(y-3)^3}{\sqrt{1-e^{2(x+1)}}} \\ y(-1 + \ln \frac{1}{2}) = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

4) Dare la definizione di minimo e massimo relativo e dimostrare il Teorema di Fermat. Che tipo di condizioni fornisce? Commentare con esempi e controesempi.